

# フーリエ級数解析

## 本ワークシートでの内容

- 基本的なコマンドを使ったフーリエ級数解析の例を紹介します。
- Maple のコマンドの利用方法を学びます。

- Maple の基本的なコマンドを使ったフーリエ級数解析の例を紹介します。
- 本ワークシートの構成
  - のこぎり波の解析
    - のこぎり波の作成
    - フーリエ級数展開式の定義
  - エクスプローラーを使った式の調査

## はじめに

### 主な利用コマンド

- |   |                               |
|---|-------------------------------|
| • <code>piecewise(条件 1, 関係式 1, 条件 2, 関係式 2, それ以外の場合の関係式)</code> | 区関数の作成                        |
| • <code>plot(式, 変数=範囲の下限 .. 上限)</code>                          | 2次元プロットの作成                    |
| • <code>int(式, 変数=範囲の下限 .. 上限)</code>                           | 積分                            |
| • <code>Explore(調査対象となる式または関数コール, オプション)</code>                 | 1つのパラメータに依存する数式、プロット、または画像の調査 |

## のこぎり波の解析

### のこぎり波の作成

区関数を用いて、のこぎり波を作成します。

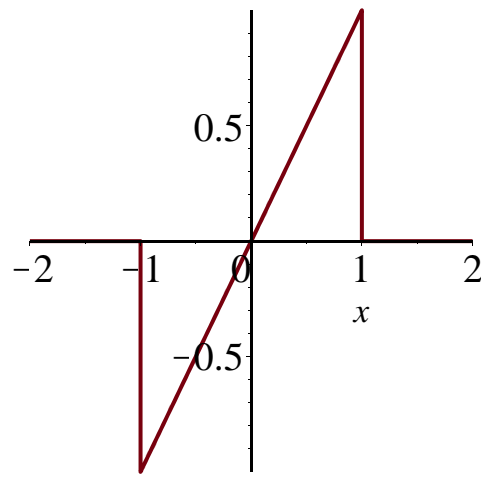
```
> restart;  
> f:=piecewise(x>-1 and x<1,x, 0);
```

$$f := \begin{cases} x & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2.1.1)

上で作成した区関数のグラフを表示します。

```
> plot(f, x=-2..2);
```



## フーリエ級数展開式の定義

$n=0$  のときのフーリエ余弦係数を定義します。

```
> a[0] := (1*int(f,x=-1..1))/2;
```

$$a_0 := 0$$

(2.2.1)

$n \neq 0$  のときのフーリエ余弦係数を定義します。

```
> a[n] := int(f*cos(n*Pi*x), x=-2..2);
```

$$a_n := 0$$

(2.2.2)

フーリエ正弦係数を定義します。

```
> b[n] := int(f*sin(n*Pi*x), x=-2..2);
```

$$b_n := -\frac{2(\pi n \cos(\pi n) - \sin(\pi n))}{\pi^2 n^2}$$

(2.2.3)

上で定義した係数を用いて、フーリエ級数展開式を定義します。

```
> g := (x,N) -> a[0]+sum(a[n]*cos(n*Pi*x)+b[n]*sin(n*Pi*x), n=1..N);
```

$$g := (x, N) \mapsto a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(n\pi x) + b_n \sin(n\pi x))$$

(2.2.4)

フーリエ級数を5次で展開します。

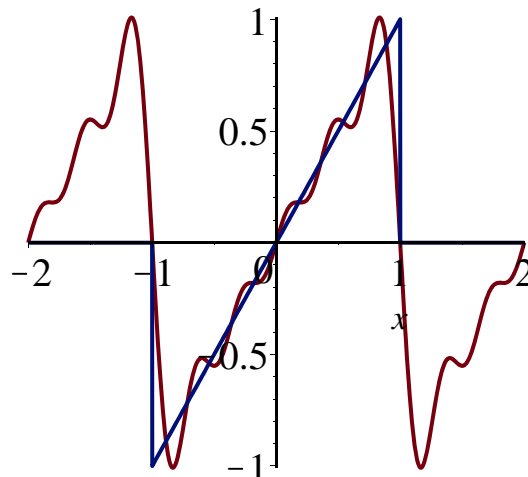
```
> g(x, 5);
```

$$\frac{2 \sin(\pi x)}{\pi} - \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} + \frac{2 \sin(3\pi x)}{3\pi} - \frac{\sin(4\pi x)}{2\pi} + \frac{2 \sin(5\pi x)}{5\pi}$$

(2.2.5)

上の展開式を  $-2$  から  $2$  の範囲でプロットします。

```
> plot({f, g(x,5)}, x=-2..2);
```



## エクスプローラを用いたフーリエ級数展開式の調査

フーリエ級数が 1次から 5次で展開された場合の式の変化を Explore コマンドを使って表示します。スライダーを動かして、グラフの変化を見ることができます。

```
> Explore(plot({f, g(x,order)}, x=-2..2),parameters=[order=1..5]);
```

