

6 . テイラー展開による多項式近似 (応用編)

下の式で定義される半球面を多項式近似し, グラフィックソフトに多項式面としてデータを渡すことにします。ここでは多変数のテイラー展開を行うコマンド `mtaylor` を使用します。

半球面の定義に以下の式を使います。

```
x = cos(Pi*u)*sin(Pi*v);  
y = sin(Pi*u)*sin(Pi*v);  
z = cos(Pi*v);
```

```
[> restart;
```

数値計算の精度の指定 (有効桁数 30 桁)

```
[> Digits:=30;                               Digits := 30                                (1)
```

テイラー展開の次数の定義

```
[> ord_t:=3;                                  ord_t := 3                                (2)
```

半球面の定義

```
[> t1:=cos(Pi*u)*sin(Pi*v);                  t1 := cos( $\pi u$ ) sin( $\pi v$ )                (3)
```

```
[> t2:=sin(Pi*u)*sin(Pi*v);                  t2 := sin( $\pi u$ ) sin( $\pi v$ )                (4)
```

```
[> t3:=cos(Pi*v);                             t3 := cos( $\pi v$ )                          (5)
```

上記の三つの式をリストに定義

```
[> lis_t:=[t1,t2,t3];                         lis_t := [cos( $\pi u$ ) sin( $\pi v$ ), sin( $\pi u$ ) sin( $\pi v$ ), cos( $\pi v$ )] (6)
```

上記の三つの式について多変数のテイラー展開を行い、多項式へ変換 (u=0.5, v=0.5 の近傍で展開)

```
[> tay1:=convert(mTaylor(t1,[u=0.5,v=0.5],ord_t),polynom);  
tay1 := 1.57079632679489661923132169164  
      + 1.94090831097548961701798664136 10-61 v  
      - 3.14159265358979323846264338328 u  
      + 1.22658407886699144161767027208 10-30 (v - 0.5)2  
      + 1.22658407886699144161767027208 10-30 (u - 0.5)2  
      + 2.45316815773398288323534054416 10-30 (u - 0.5) (v - 0.5)
```

```
[> tay2:=convert(mTaylor(t2,[u=0.5,v=0.5],ord_t),polynom);  
tay2 := 1.000000000000000000000000000000  
      - 7.80867677078003532993589286270 10-31 v  
      - 7.80867677078003532993589286270 10-31 u  
      - 4.93480220054467930941724549994 (v - 0.5)2 (8)
```

$$- 4.93480220054467930941724549994 (u - 0.5)^2$$
$$+ 6.09754329105197204219078394883 \cdot 10^{-61} (u - 0.5) (v - 0.5)$$

```
> tay3:=convert(mtaylor(t3,[u=0.5,v=0.5],ord_t),polynom);  
tay3 := 1.57079632679489661923132169164 - 3.14159265358979323846264338328 v  
+ 1.22658407886699144161767027208 10-30 (v - 0.5)2
```

(9)

テイラー展開で得られた式のリストを生成

```
> lis_tay:=[tay1,tay2,tay3]:
```

元の式と近似式をプロット

```
> plo_t:=plot3d(lis_t,u=0..1,v=0..1,color=blue):  
> plo_tay:=plot3d(lis_tay,u=0..1,v=0..1,color=red):  
> plots[display]({plo_t,plo_tay},view=[-1..1,-1..1,-1..1],style=  
wireframe,scaling=constrained);
```

