

平面曲線の交差

Maple17 では、[algcurves](#) パッケージに新しいコマンド [intersectcurves](#) が追加されました。

```
> with(algcurves) :
```

多項式として表される 2 つの平面曲線を 2 つの変数で表します。

```
> c1 := -x3 + 2y2 + x :  
   c2 := x2 - y2 - 1 :
```

`intersectcurves` コマンドは、重複度と交点を計算します。交点の各セットは 3 つの値を含むリストとして表現されます。最初の 2 つは既約の多項式です。そのうちの 2 つ目はどちらかの変数です。3 つ目の値は 0 または 1 です。3 番目の値が 1 の場合、点はアフィンです。0 の場合、点は (無限遠において) 射影平面です。

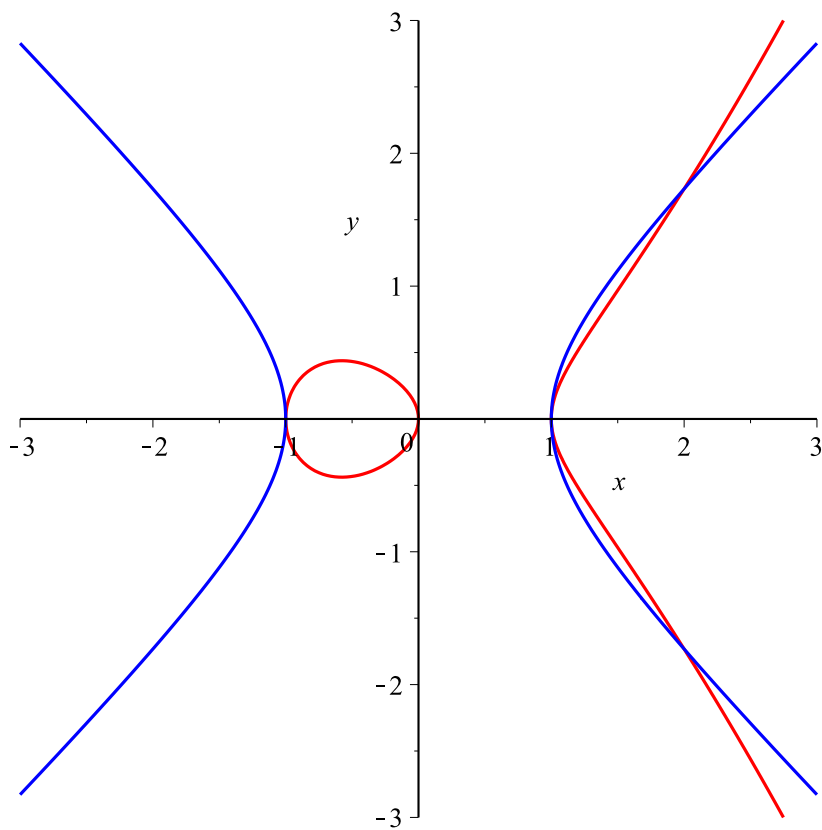
```
> intersectcurves(c1, c2, x, y)
```

```
[ [2, [1 + x, y, 1]], [2, [-1 + x, y, 1]], [1, [-2 + x, y2 - 3, 1]] ] (1)
```

これは、次のように解釈されます。重複度 2 の 2 つの交点 ((1,0) と (-1,0)) があり、それらは曲線が接線方向で交差した点を示しています。さらに、重複度 1 の 2 つの交点 $(2, \sqrt{3})$ および $(2, -\sqrt{3})$ があります。シンプルな陰関数プロットですべての交点をグラフで表示できます。

```
> with(plots) :
```

```
> implicitplot([c1, c2], x = -3 .. 3, y = -3 .. 3, gridrefine = 3, scaling = constrained, color  
= ["Red", "Blue"])
```



以下の例では、交点が無限遠点になるケースを説明しています。

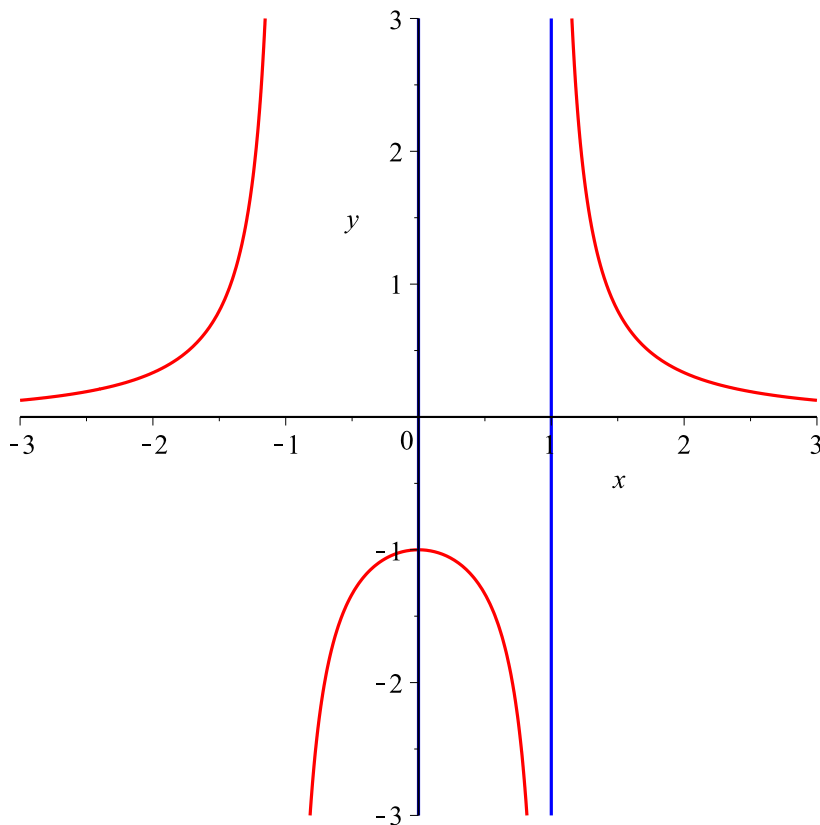
```
> d1 := x^2 y - y - 1 :
    d2 := x^2 - x :
```

```
> intersectcurves(d1, d2, x, y)
```

```
[[1, [x, y + 1, 1]], [5, [x, 1, 0]]]
```

(2)

```
> implicitplot([d1, d2], x = -3 .. 3, y = -3 .. 3, gridrefine = 3, scaling = constrained, color
= ["Red", "Blue"])
```



重複度 1 のアフィン交点 $(0, -1)$ が 1 つあり、重複度 5 の無限遠点に交点が 1 つあります。この点の接線は線 $x=0$ です。2 つの青い垂直線のそれぞれは無限遠点 $(0, 1, 0)$ における赤い曲線の 2 つの漸近線と交差します。これらの交差の 1 つ以外は重複度が 1 です。青い線と $x=1$ における赤い曲線の漸近線のあいだにある例外的な 1 つは、重複度 2 の接線の交差から得られます。

これをアフィン平面でプロットするために、座標を変更することができます。まず、方程式を斉次化するために 3 つ目の変数 z を導入します。次に、 $y=1$ を代入して無限にある交点を原点へ移動させます。

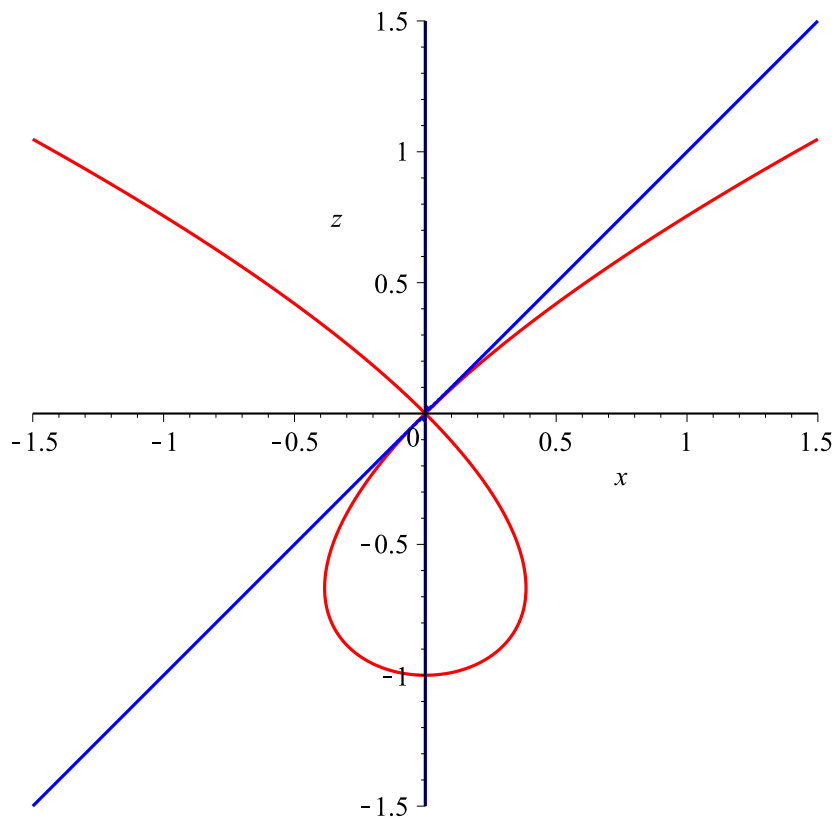
```
> h1 := eval(x2·y - y·z2 - z3, y=1);
    h2 := eval(x2 - x·z, y=1)
```

$$h1 := -z^3 + x^2 - z^2$$

$$h2 := x^2 - xz$$

(3)

```
> implicitplot([h1, h2], x = -1.5 .. 1.5, z = -1.5 .. 1.5, gridrefine = 3, scaling = constrained, color = ["Red", "Blue"])
```



```
> intersectcurves(h1, h2, x, z)
```

```
[[5, [x, z, 1]], [1, [x, z + 1, 1]]]
```

(4)

座標を変換すると、(h1 および h2 の) すべての交点がプロットに表示され、2 つの無限遠点における交点がありません。

参照

[intersectcurves](#)