

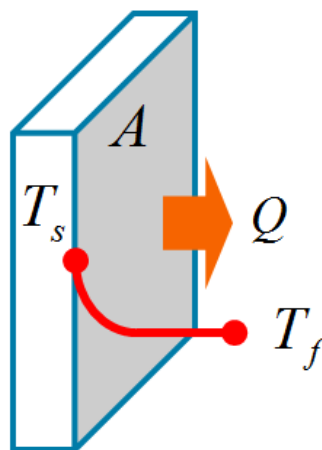
対流の計算

本ワークシートでは、伝熱の基礎要素である対流の基礎式を紹介します。計算アプリケーションを利用して、基礎式の理解を深めることができます。

▼ 基礎式

対流に関する基礎式

物体表面と流体の間では、対流によって熱の移動が行われます。



定常状態における対流による伝熱量 Q [W] は、物体表面の温度を T_s [K]、流体側の温度を T_f [K] とすると、次式で計算することができます。

$$Q = G \cdot (T_s - T_f)$$

ここで、熱コンダクタンス G [W/K] は、物体の表面積 A [m²] と熱伝達率 h [W/(m²·K)] を用いて計算します。

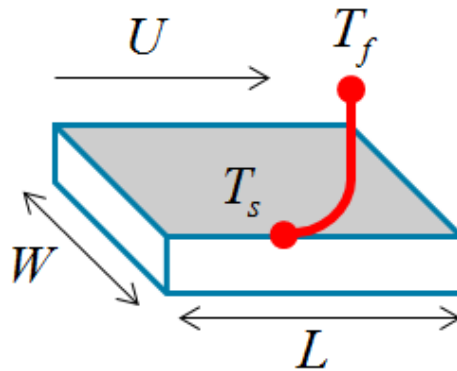
$$G = h \cdot A$$

熱伝達 h は、ヌセルト数 Nu と代表長さ L [m]、流体の伝導率 k [W/(m·K)] を用いて計算します。

$$h = \frac{Nu \cdot L}{k}$$

ヌセルト数 Nu は、流れの状況によって変化するもので、以下の実験式が得られています。

▼ 強制対流の場合

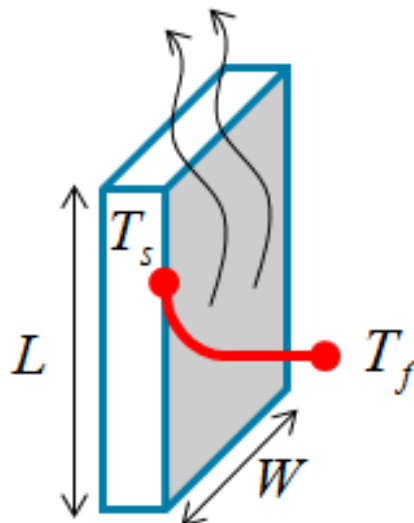


$$Nu = \begin{cases} 0.664 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} & Re < 5 \cdot 10^5 \\ 0.037 \cdot Re^{\frac{4}{5}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} & 5 \cdot 10^5 \leq Re \leq 10^7 \end{cases}$$

ただし、 Re はレイノルズ数であり、上流の流速 U [m/s]、代表の長さ L [m]、動粘度 $[m^2/s]$ 、または、粘度 μ [Pa·s] と密度 $[\text{kg}/\text{m}^3]$ を用いて計算します。また、 Pr はプラントル数 を表します。

$$Re = \frac{U \cdot L}{\nu} = \frac{\rho \cdot U \cdot L}{\mu}$$

▼ 自然対流の場合（垂直平板）



$$Nu = \begin{cases} 0.59 \cdot Ra^{\frac{1}{4}} & 10^4 < Ra < 10^9 \\ 0.1 \cdot Ra^{\frac{1}{3}} & 10^9 \leq Ra \leq 10^{13} \end{cases}$$

ただし，Ra はレイリー数であり，グラスホフ数 Gr とプラントル数 Pr を用いて計算します．

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

また，グラスホフ数 Gr は浮力と粘性力との比を表し，次式で計算します．

$$Gr = \frac{(\text{浮力})}{(\text{粘性力})} = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_f) \cdot L^3}{\nu^2}$$

ただし，g は重力加速度 [m/s²]，β は体積膨張率 [K⁻¹]，L は代表の長さ [m]，ν は動粘度 [m²/s] を表します．

▼ 計算アプリケーション（強制対流）

入力項目に 代表長さ，奥行き，物体の表面温度，流体側の温度，流速を入力した後，[計算] ボタンをクリックすると，出力項目に 熱伝達率，熱コンダクタンス，熱抵抗，伝熱量を計算します．

入力項目	値
代表長さ L [m]	<input type="text" value="0.1"/>
奥行き W [m]	<input type="text" value="0.01"/>
表面積 $A = L \cdot W$ [m ²]	<input type="text" value="0.1e-2"/> (自動計算)
物体の表面温度 T_s [K]	<input type="text" value="350"/>
流体側の温度（雰囲気 の温度） T_f [K]	<input type="text" value="300"/>
流速 U [m/s]	<input type="text" value="1"/>

出力項目	値
熱伝達率 h [$W/(m^2 \cdot K)$]	12.369
熱コンダクタンス G [W/K]	0.12369e-1
熱抵抗 R [K/W]	80.845
伝熱量 Q [W]	.61847

▼ 計算アプリケーション（自然対流，垂直平板）

入力項目に 代表長さ，奥行き，物体の表面温度，流体側の温度 を入力した後，[計算] ボタンをクリックすると，出力項目に 熱伝達率，熱コンダクタンス，熱抵抗，伝熱量を計算します．

入力項目	値
代表長さ L [m]	0.1
奥行き W [m]	0.01
物体の表面積 $A = L \cdot W$ [m^2]	0.1e-2 (自 動計算)
物体の表面温度 T_s [K]	350
流体側の温度（雰囲気 の温度） T_f [K]	300

出力項目	値
熱伝達率 h [$W/(m^2 \cdot K)$]	7.196216663
熱コンダクタンス G [W/K]	0.7196216663e-2

熱抵抗 R [K/W]	138.9619083
伝熱量 Q [W]	.3598108332

リセット

計算

▼ 計算手順

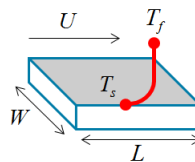
例題を通して、計算手順を具体的に説明します。

▼ 強制対流の場合

例題1 (平板に対する強制対流)

平板に対する強制対流を考えます。

代表長さ $L = 0.1$ [m] , 奥行き $W = 0.01$ [m] , 物体の表面温度 $T_s = 350$ [K] , 流体側の温度 (雰囲気温度) $T_f = 300$ [K] のとき , 次の値を求めなさい。



1. 熱伝達率 h [$W / (m^2 \cdot K)$]
2. 熱コンダクタンス G [W / K]
3. 熱抵抗 R [K / W]
4. 伝熱量 Q [W]

- ワークシートの初期化

[> restart:

- 値を設定

代表長さ L [m] , 奥行き W [m] , 物体の表面温度 T_s [K] , 流体側の温度 (雰囲気温度) T_f [K] の値を入力します。

```
> L := 0.1;
  W := 0.01;
  Ts := 350;
  Tf := 300;
  U := 1;
```

```
L := 0.1
W := 0.01
Ts := 350
Tf := 300
U := 1
```

(1)

- 物性値の計算

平均温度 T_{avg} を計算します .

```
[ > Tavg := (Ts+Tf)/2;
                                     Tavg := 325 ] (2)
```

外気圧 $Patm$ を設定します .

```
[ > Patm := 101.3*10^3;
                                     Patm := 1.013000 10^5 ] (3)
```

ThrmophysicalDataパッケージ内にある Property コマンドを利用して、密度 (ρ)、流体の伝導率 k 、粘度 μ (μ) および プラントル数 Pr をそれぞれ計算します .

```
[ > rho := ThermophysicalData[Property]("density", temperature
= Tavg, pressure = Patm, "air");
                                     rho := 1.08598436595771863 ] (4)
```

```
[ > k := ThermophysicalData[Property]("thermalconductivity",
temperature = Tavg, pressure = Patm, "air");
                                     k := 0.0282168287277989732 ] (5)
```

```
[ > mu := ThermophysicalData[Property]("viscosity",
temperature = Tavg, pressure = Patm, "air");
                                     mu := 0.0000197215105413233489 ] (6)
```

```
[ > Pr := ThermophysicalData[Property]("PRANDTL", temperature
= Tavg, pressure = Patm, "air");
                                     Pr := 0.704192696607797042 ] (7)
```

- レイノルズ数の計算

上記の値を利用して、動粘度 (ν) および レイノルズ数 Re (Re_y) を計算します .

(Maple のコマンド名 "Re" (複素数の実部を取得するコマンド名) と重複しないように、ここではレイノルズの変数名を "Rey" としています .)

```
[ > nu := mu/rho;
                                     nu := 0.00001816003173 ] (8)
```

```
[ > Rey := U*L/nu;
                                     Rey := 5506.598308 ] (9)
```

- ヌセルト数の計算

piecewise コマンドを用いて 強制対流 の場合におけるヌセルト数 Nu の定義式を設定し、具体的な値を計算します . なお、ヌセルト数 Nu は以下の式を利用します .

$$Nu = \begin{cases} 0.664 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} & Re < 5 \cdot 10^5 \\ 0.037 \cdot Re^{\frac{4}{5}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} & 5 \cdot 10^5 \leq Re \leq 10^7 \end{cases}$$

```
[ > Nu := piecewise(Rey < 5 * 10^5, .664 * Rey^(1/2) * Pr^(1/3), 5 *
10^5 <= Rey and Rey <= 10^7, 0.37e-1 * Rey^(4/5) * Pr^(1/3));
                                     N := 43.83694528 ] (10)
```

- 熱伝達率の計算

$$\left[\begin{array}{l} > h := Nu * k / L; \\ & h := 12.36939577 \end{array} \right. \quad (11)$$

• 熱コンダクタンスおよび熱抵抗の計算

表面積 A を計算後，熱コンダクタンス G と熱抵抗 R を計算します．

$$\left[\begin{array}{l} > A := L * W; \\ & A := 0.001 \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left[\begin{array}{l} > G := h * A; \\ & G := 0.01236939577 \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left[\begin{array}{l} > R := 1 / G; \\ & R := 80.84469271 \end{array} \right. \quad (14)$$

• 伝熱量の計算

$$\left[\begin{array}{l} > Q := G * (T_s - T_f); \\ & Q := 0.6184697885 \end{array} \right. \quad (15)$$

• 計算結果を表示

evalf コマンド（桁指定オプション付）を利用して，計算結果を有効数字 5 桁 で表示します．

$$\left[\begin{array}{l} > A1 := evalf(A, 5); \\ & A1 := 0.001 \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left[\begin{array}{l} > h1 := evalf(h, 5); \\ & h1 := 12.369 \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left[\begin{array}{l} > G1 := evalf(G, 5); \\ & G1 := 0.012369 \end{array} \right. \quad (18)$$

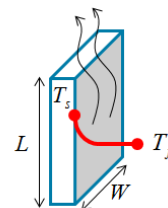
$$\left[\begin{array}{l} > R1 := evalf(R, 5); \\ & R1 := 80.845 \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left[\begin{array}{l} > Q1 := evalf(Q, 5); \\ & Q1 := 0.61847 \end{array} \right. \quad (20)$$

▼ 自然対流の場合

例題2（垂直平板に対する自然対流）

垂直平板に対する自然対流を考えます．
 代表長さ $L = 0.1$ [m]，奥行き $W = 0.01$ [m]，物体の表面温度 $T_s = 350$ [K]，流体側の温度（雰囲気温度） $T_f = 300$ [K] のとき，次の値を求めなさい．



1. 熱伝達率 h [$W / (m^2 \cdot K)$]
2. 熱コンダクタンス G [W / K]
3. 熱抵抗 R [K / W]
4. 伝熱量 Q [W]

- ワークシートの初期化

```
[> restart;
```

- 値を設定

代表長さ L , 奥行き W , 物体の表面温度 T_s , 流体側の温度 (雰囲気温度) T_f の値を入力します .

```
[> L := 0.1;
  W := 0.01;
  Ts := 350;
  Tf := 300;

                                L := 0.1
                                W := 0.01
                                Ts := 350
                                Tf := 300                                (21)
```

- 物性値の計算

平均温度 T_{avg} を計算します .

```
[> Tavg := (Ts+Tf)/2;

                                Tavg := 325                                (22)
```

外気圧 $Patm$ を設定します .

```
[> Patm := 101.3*10^3;

                                Patm := 1.013000 10^5                                (23)
```

ThermophysicalData パッケージ内にある Property コマンドを利用して , 密度 (rho) , 流体の伝導率 k , 粘度 μ (mu) および プラントル数 Pr をそれぞれ計算します .

```
[> rho := ThermophysicalData[Property]("density", temperature
  = Tavg, pressure = Patm, "air");

                                ρ := 1.08598436595771863                                (24)
```

```
[> k := ThermophysicalData[Property]("thermalconductivity",
  temperature = Tavg, pressure = Patm, "air");

                                k := 0.0282168287277989732                                (25)
```

```
[> mu := ThermophysicalData[Property]("viscosity",
  temperature = Tavg, pressure = Patm, "air");

                                μ := 0.0000197215105413233489                                (26)
```

```
[> Pr := ThermophysicalData[Property]("PRANDTL", temperature
  = Tavg, pressure = Patm, "air");

                                Pr := 0.704192696607797042                                (27)
```

- グラスホフ数とレイリー数の計算

重力加速度 g , 体積膨張率 (beta) を設定後 , 動粘度 (nu) を計算します .

```
[> g := 9.81;

                                g := 9.81                                (28)
```

```
[> beta := 1/Tf;

                                β := 1/300                                (29)
```

```
[> nu := mu/rho;
```


$$\left[\begin{array}{l} v := 0.00001816003173 \end{array} \right. \quad (30)$$

上記の値を利用して，グラフホフ数 Gr と レイリー数 Ra を計算します．

$$\left[\begin{array}{l} > Gr := g \cdot \beta \cdot (T_s - T_f) \cdot (L^3) / (\nu^2); \\ & \quad Gr := 4.957749176 \cdot 10^6 \end{array} \right. \quad (31)$$

$$\left[\begin{array}{l} > Ra := Gr \cdot Pr; \\ & \quad Ra := 3.491210761 \cdot 10^6 \end{array} \right. \quad (32)$$

- ヌセルト数の計算

piecewise コマンドを用いて 自然対流 の場合におけるヌセルト数 Nu の定義式を設定し，具体的な値を計算します．なお，ヌセルト数 Nu は以下の式を利用します．

$$Nu = \begin{cases} 0.59 \cdot Ra^{\frac{1}{4}} & 10^4 < Ra < 10^9 \\ 0.1 \cdot Ra^{\frac{1}{3}} & 10^9 \leq Ra \leq 10^{13} \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} > Nu := \text{piecewise}(10^4 \leq Ra \text{ and } Ra < 10^9, 0.59 \cdot Ra^{(1/4)}, \\ & \quad 10^9 \leq Ra \text{ and } Ra < 10^{13}, 0.1 \cdot Ra^{(1/3)}); \\ & \quad N := 25.50327938 \end{array} \right. \quad (33)$$

- 熱伝達率の計算

熱伝達率 h を計算します．

$$\left[\begin{array}{l} > h := Nu \cdot k / L; \\ & \quad h := 7.196216663 \end{array} \right. \quad (34)$$

- 熱コンダクタンスおよび熱抵抗の計算

表面積 A を計算後，熱コンダクタンス G と 熱抵抗 R を計算します．

$$\left[\begin{array}{l} > A := L \cdot W; \\ & \quad A := 0.001 \end{array} \right. \quad (35)$$

$$\left[\begin{array}{l} > G := h \cdot A; \\ & \quad G := 0.007196216663 \end{array} \right. \quad (36)$$

$$\left[\begin{array}{l} > R := 1 / G; \\ & \quad R := 138.9619083 \end{array} \right. \quad (37)$$

- 伝熱量の計算

伝熱量 Q を計算します．

$$\left[\begin{array}{l} > Q := G \cdot (T_s - T_f); \\ & \quad Q := 0.3598108332 \end{array} \right. \quad (38)$$

▼参考文献

1. 小山敏行，例題で学ぶ伝熱工学，森北出版株式会社，2012年．
2. 国峰尚樹，エレクトロニクスのための熱設計完全入門，大日本印刷株式会社，1997年．

無断転載禁止

Copyright © 2016 CYBERNET SYSTEMS CO., LTD. All rights reserved.