

Antilock Braking System(ABS)への ゲインスケジューリング制御適用事例

南山大学大学院

理工学研究科 機械電子制御工学専攻

片岡 寛

研究の手順

モデリング

制御対象の振る舞いを数式で表現



制御系設計

ロバスト制御系設計



シミュレーション・実験

設計した制御器の有効性を検証

使ったツール

- MATLAB.....制御器を求める際に使用
- Simulink.....シミュレーションの際に使用

モデリングより、求めたモデルをベースにロバスト系制御器を設計し、シミュレーションを行った。

内容

序説

制御対象・モデリング

制御器設計

実験・シミュレーション

苦労した点

結論

序説

研究の特徴

自動車のブレーキに関する運動特性

・・・車体速度、路面間の摩擦係数に依存

車体速度、摩擦係数の変化に対して
ロバスト性を保証

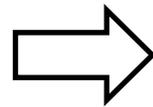


車体速度の変化と共に制御器の係数も変化
するコントローラ(ゲインスケジューリング)
設計した制御器を用いてシミュレーション・実験

ABSとスリップ率の関係

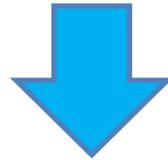
スリップ率が **0.2**の時

横力
縦力



共に高い

[Idar Petersen, IEEE, 2003]



スリップ率を **0.2**付近に維持することで

- ・制動距離が短くなる
- ・スリップを防ぐ

研究手法

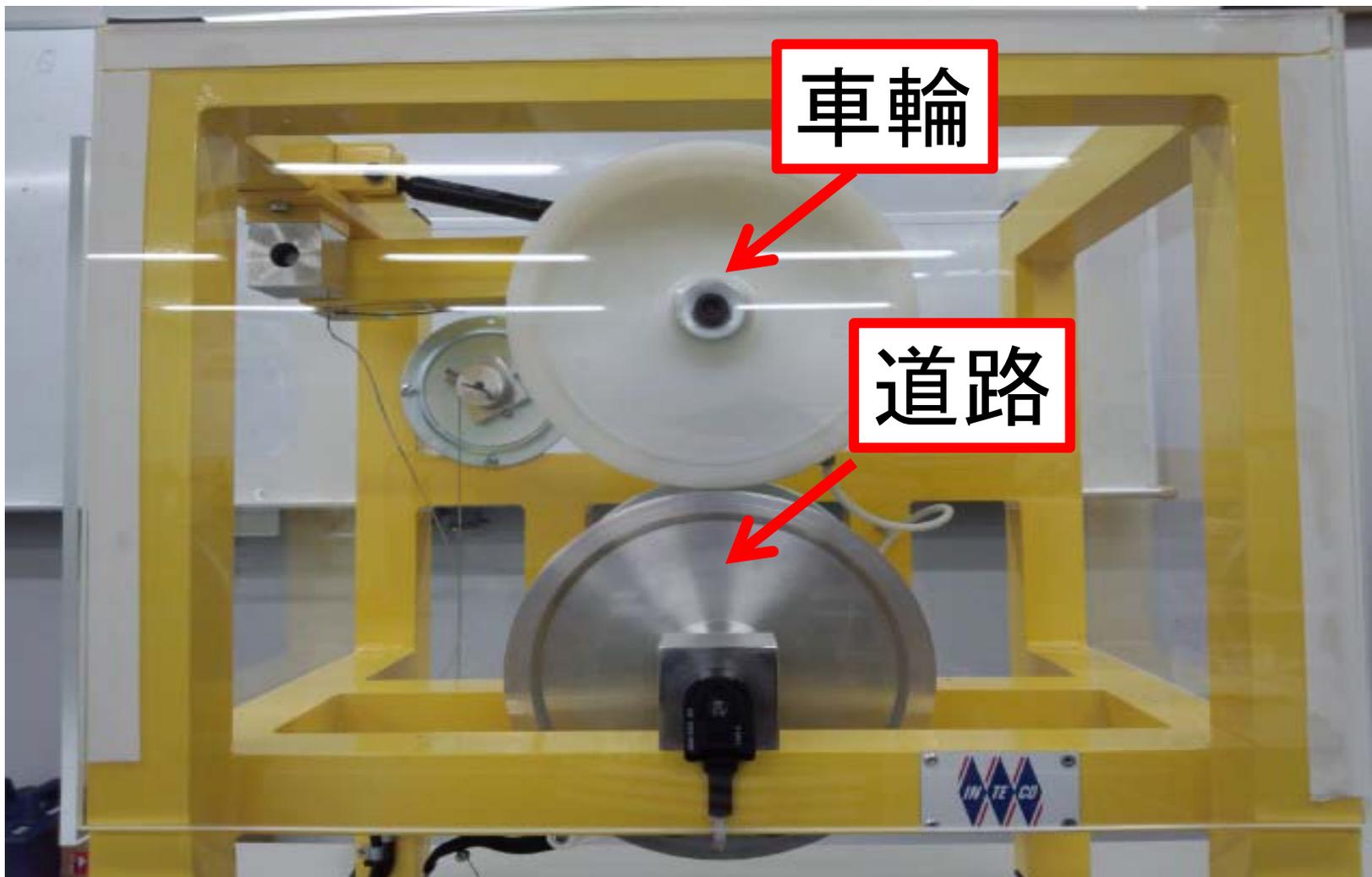
- ・車体速度は**時変パラメータ**で観測可能（実験機）

→ 車体速度の変化と共に制御器の係数も変化する
ゲインスケジューリング制御をABSに適用

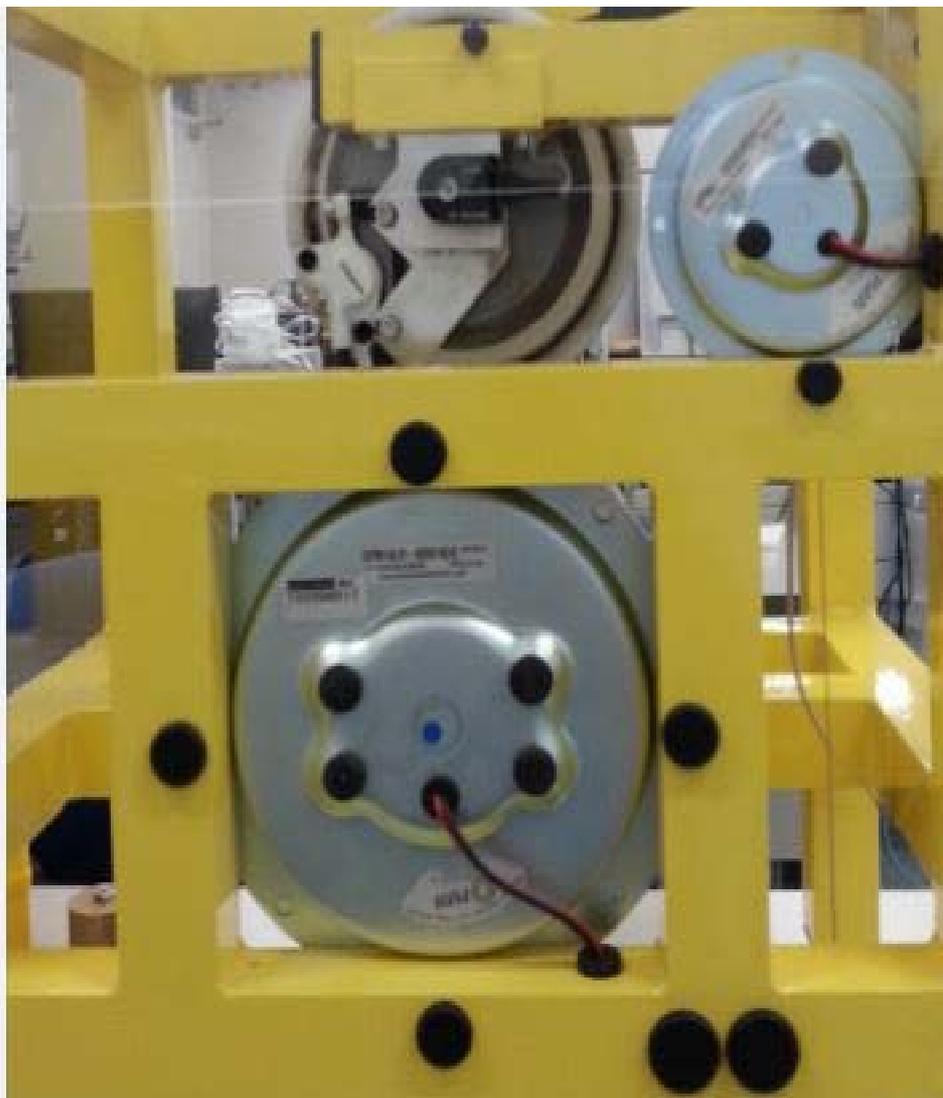
- ・線形行列不等式 (**LMI**) を解き、制御器を設計

制御対象・モデリング

実験機



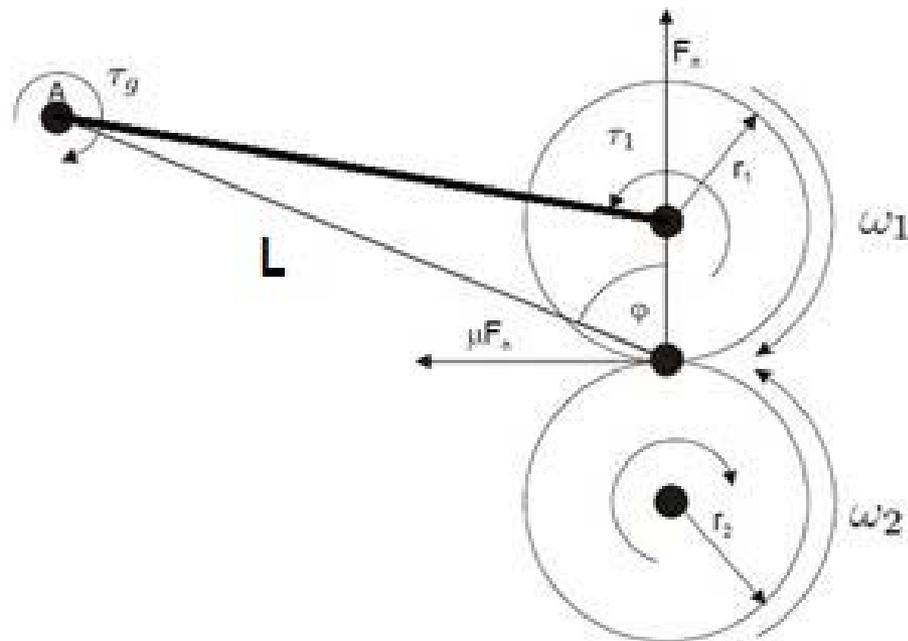
実験機



モデリング (ABSのモデル)

L [m] : バランスレバーの回転軸から車輪間の接点までの距離

φ [rad] : 車輪間の接点の法線との角度



μ

: 車輪間の摩擦係数

τ_1 [N/m]

: ブレーキトルク

F_n [N]

: 垂直抗力

r_1, r_2 [m]

: 上、下の車輪の半径

ω_1 [rad/s]

: 上の角速度

ω_2 [rad/s]

: 下の角速度

モデリング(運動方程式)

上の車輪, 下の車輪の運動方程式

$$J_1 \dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \quad (2)$$

J_1, J_2 [kgm²] : 上の車輪, 下の車輪
の慣性モーメント

スリップ率の定義

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (3)$$

制御器設計

評価関数

状態フィードバックコントローラ $u(t) = K(\omega_2)x(t)$
を用いて

評価関数 J を

$$J = \int_0^{\infty} \left(x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) \right) dt$$

と定義し, この評価関数 J の最小化を行う

Q : 状態変数に対する重み行列 $Q \geq 0$

R : 入力に対する重み $R > 0$

定理(LMI 条件)

以下を満たす $\tilde{X}_d(\Theta_i)$ と $\tilde{Y}_d(\Theta_i)$ が存在すれば、システムを安定化できるコントローラが求まる。

minimize : γ

設計ツール・・・matlab

subject to : $X_{11}(\Theta_i) > 0$

$$\begin{bmatrix} He[\tilde{A}_d(\Theta_i)\tilde{X}_d(\Theta_i) + \tilde{B}_d\tilde{Y}_d(\Theta_i)] - \tilde{E}_d\dot{\tilde{X}}_d(\Theta_i) & \tilde{X}_d(\Theta_i)^T(Q^{\frac{1}{2}})^T & \tilde{Y}_d(\Theta_i)^T(R^{\frac{1}{2}})^T \\ Q^{\frac{1}{2}}\tilde{X}_d(\Theta_i)^T & -I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}}\tilde{Y}_d(\Theta_i)^T & 0 & -I \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & X_{11}(\Theta_i) \end{bmatrix} > 0 \quad \text{Trace}(W) < \gamma$$

$(i = 1, 2, \dots, 7, 8)$

シミュレーション・実験

シミュレーション条件

摩擦係数と車体速度の範囲を以下のようにしてシミュレーションする

使ったツール……simulink

$$0.1 \leq \mu \leq 0.7$$

$$10 \leq V[\text{km/h}] \leq 50$$

||

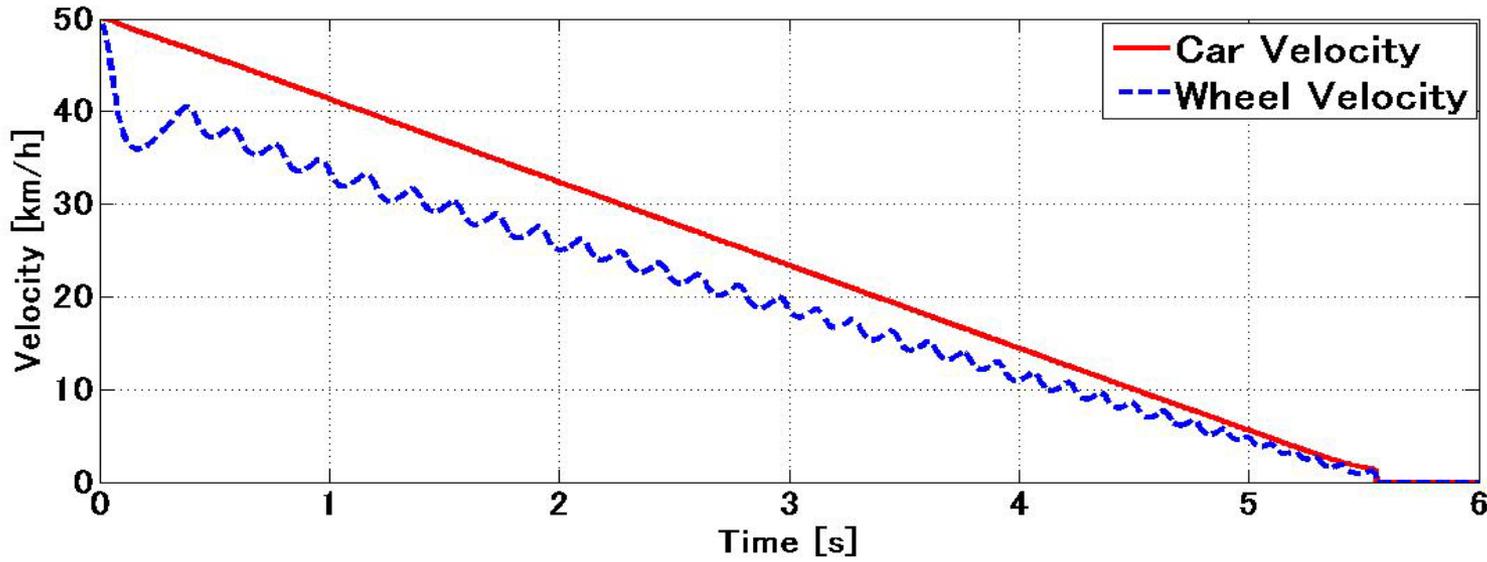
$$28.1 \leq \omega_2 \leq 140$$

フィードバックゲイン

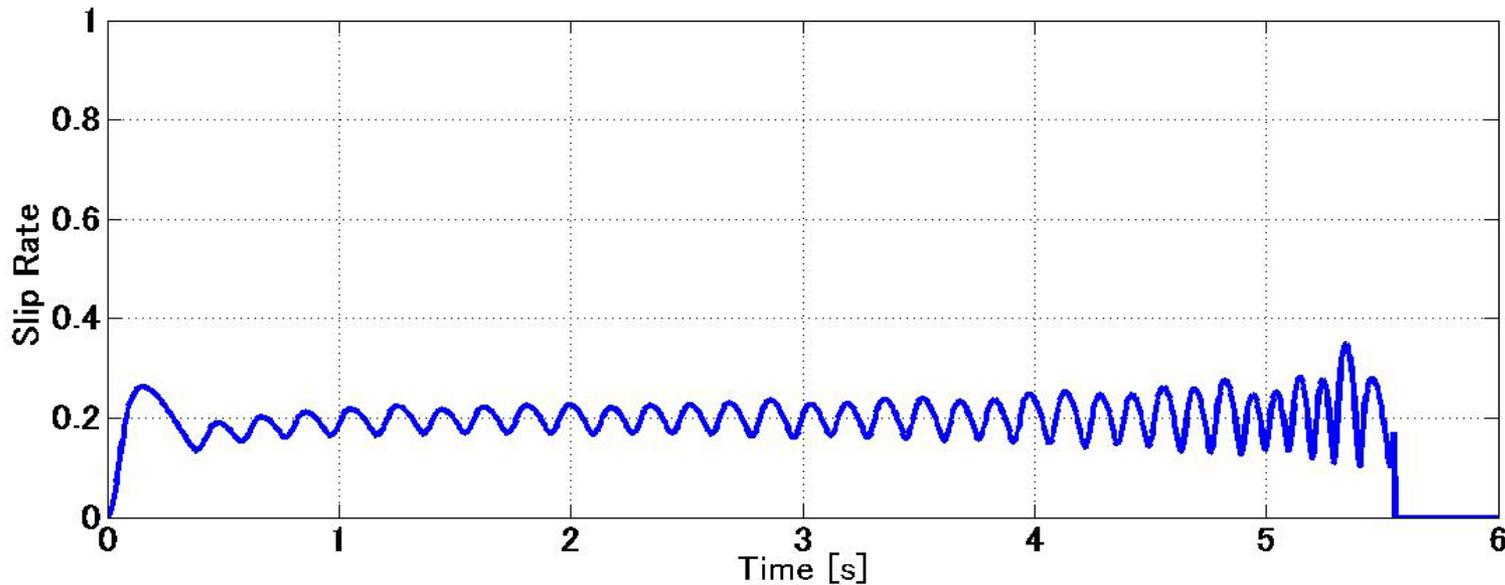
状態変数と入力に対する重み行列

$$Q = \begin{bmatrix} 800 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad R = 0.03$$

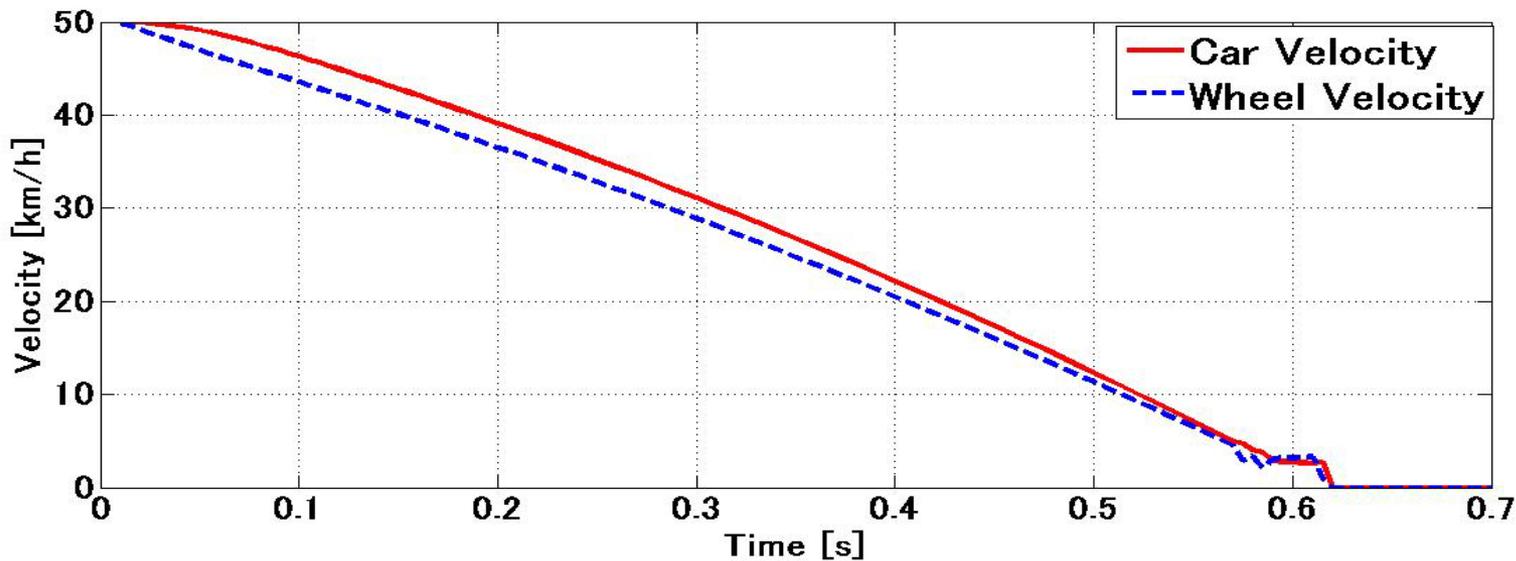
シミュレーション $\mu = 0.1$



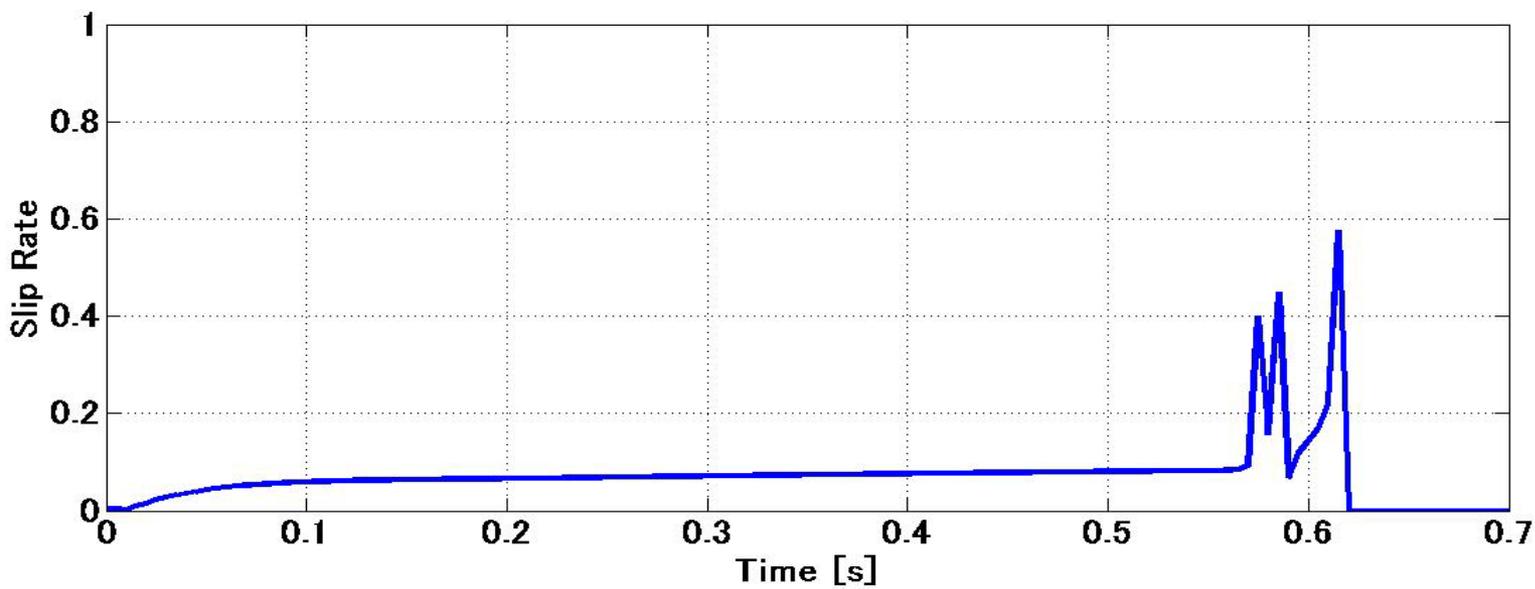
制動距離:
39.4m



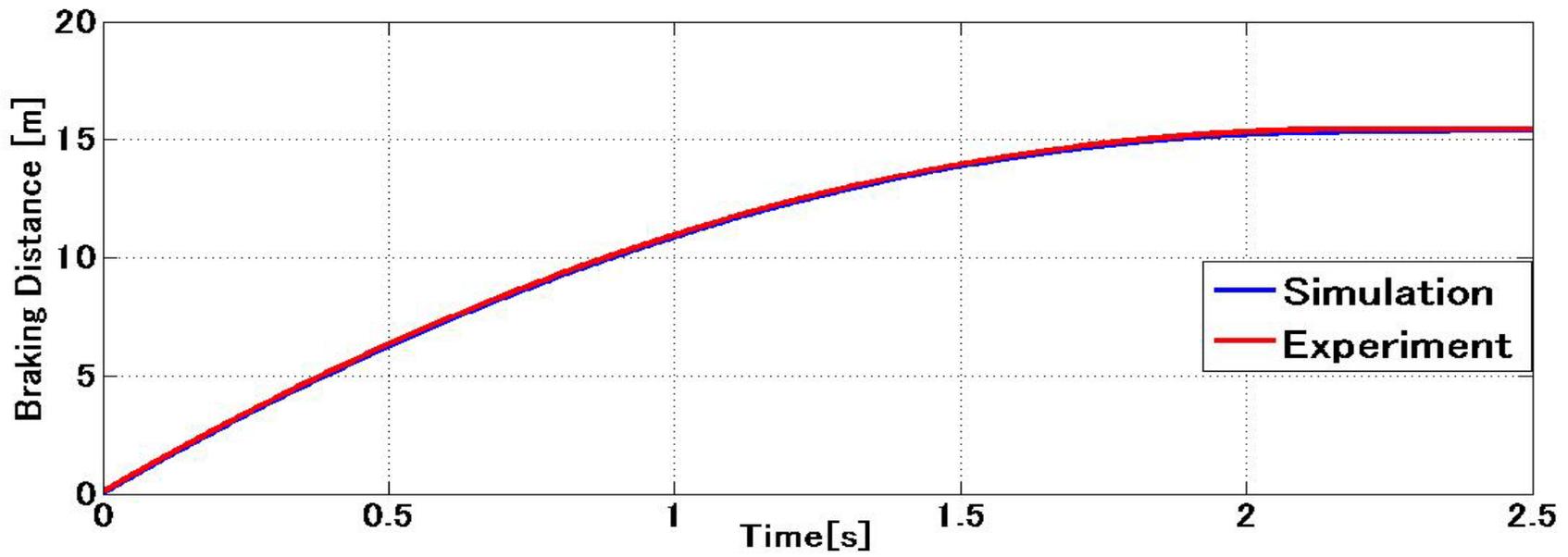
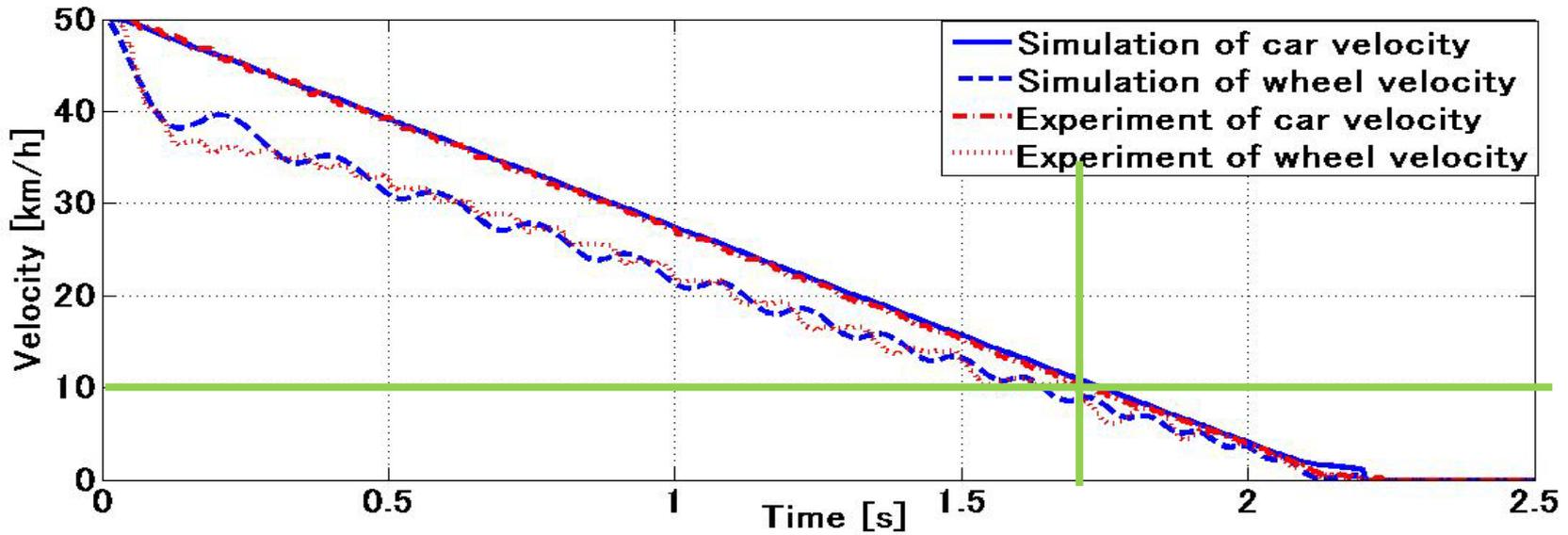
シミュレーション $\mu = 0.7$



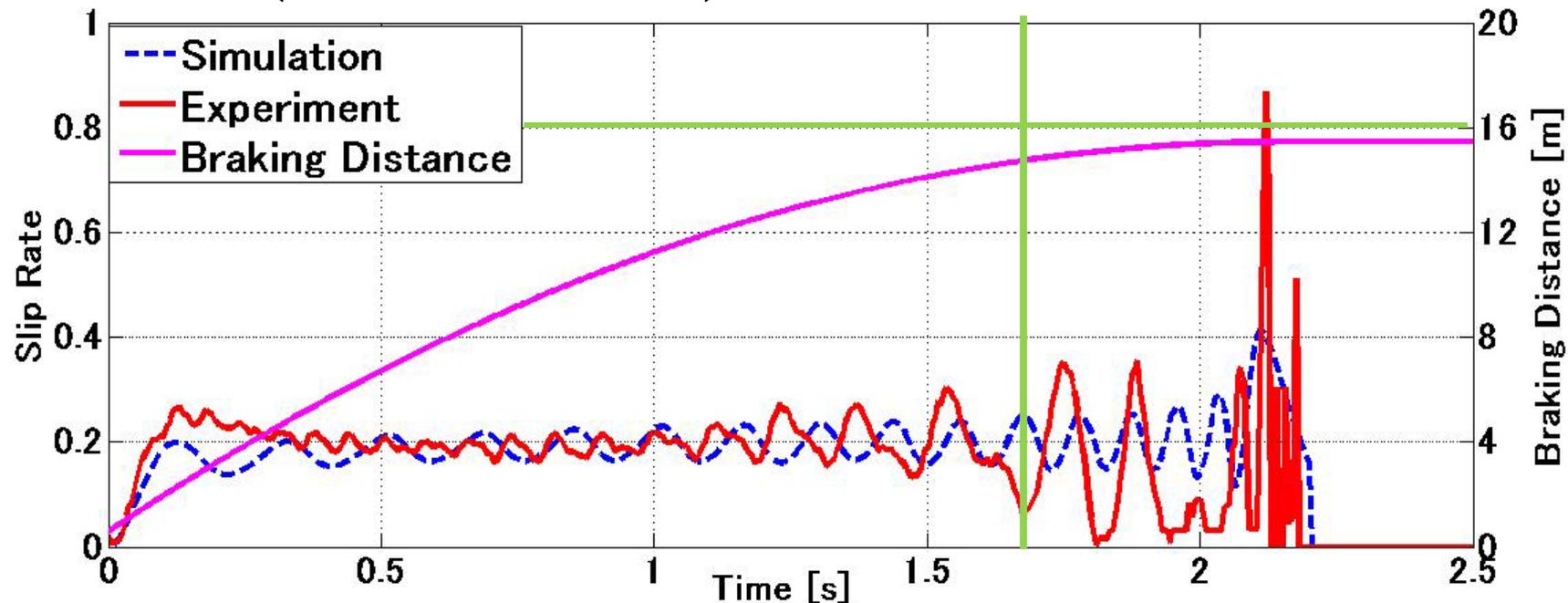
制動距離:
4.9m



実験 $\mu = 0.21$



実験 ($\mu = 0.21$)



・10[km/h] 以上 ($t < 1.7$)

シミュレーション結果とほぼ一致している

実験結果から、提案した手法の有効性が証明された

苦勞した点

苦勞した点

- 実験を繰り返すが、シミュレーションとは一致しなかった。

一致しない原因

- 入力したブレーキと出力したブレーキに差がある
- 車輪間の摩擦係数を把握できていない

同定実験、ブレーキパットの仕組みを理解することが必要と考えた。

ブレーキトルクの同定

$$\tau_1 = - \left[\frac{r_1}{r_2} J_2 \dot{x}_2 + J_1 \dot{x}_1 \right]$$

上の式を用いて、同定を行った。毎回、同じ入力を入れても値が違う場合が発生。

正確な値を定めることに苦勞した。

摩擦係数の同定

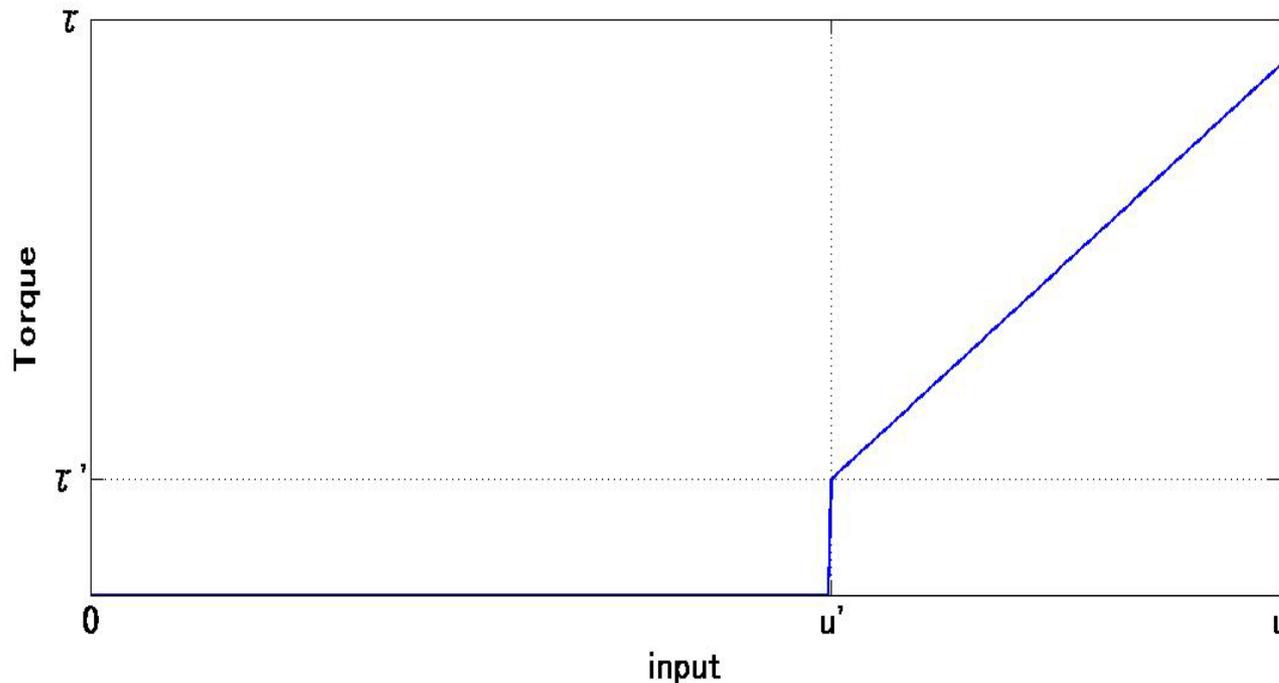
$$\mu = \frac{\frac{L \sin \phi}{r_2} J_2 \dot{x}_2}{J_2 \dot{x}_2 \left(\frac{L \sin \phi}{r_2} + \frac{r_1}{r_2} \right) + J_1 \dot{x}_1 - \tau_g}$$

上の式を用いて、同定を行った。毎回、同じ入力を入れても値が違う場合が発生。

正確な値を定めることに苦勞した。

ブレーキパット

- ・ブレーキパットに遊びがあることが判明



ブレーキパットがどの程度遊び部分を含んでいるのかを把握するのに苦労した。

結論

- ・制御対象のモデルをベースにシミュレーションし、実験結果の整合性を確認できた
- ・パラメータ同定や制御対象の仕組みを確実に把握することの大切さを実感した

今後の課題

- ・カルマンフィルタを用いて摩擦係数を推定する研究を行う

線形化

テーラー展開を用いて非線形方程式を線形化する。 [Idar Petersen, IEEE, 2003].

$$\dot{\lambda} \cong \dot{\lambda}(\lambda^*, \tau_1^*) + \left. \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda^*} (\lambda - \lambda^*) + \left. \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \tau_1} \right|_{\tau_1=\tau_1^*} (\tau_1 - \tau_1^*)$$

λ^* はスリップ率の目標値, τ_1^* は λ^* を維持する為のブレーキトルク

モデリング

スリップ率の微分方程式

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1^2 \tau_g \mu(\lambda)}{J_1 r_2 L(\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{r_2 (1 - \lambda) \tau_g \mu(\lambda)}{J_2 L(\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} \right) + \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1^2 \mu(\lambda)}{J_1 r_2 L(\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} - \frac{r_2 (1 - \lambda) \mu(\lambda)}{J_2 L(\sin \varphi - \mu(\lambda) \cos \varphi)} + \frac{r_1}{J_1 r_2} \right) \tau_1 \quad (5)$$

Eq.(5) は**非線形**である

自動車の特徴

車の運動は

- ・車体速度
- ・摩擦係数 (タイヤと路面の間)

車体速度 → 時変パラメータ

摩擦係数 → 路面状態で大きく変動

線形化されたモデル

$$\dot{\lambda} = \frac{c_1 \mu(\lambda^*)^3 + c_2 \mu(\lambda^*)^2 + c_3 \mu(\lambda^*) + c_4}{\omega_2 (c_9 \mu(\lambda^*)^3 + c_{10} \mu(\lambda^*)^2 + c_{11} \mu(\lambda^*) + c_{12})} (\lambda - \lambda^*) + \frac{c_5 \mu(\lambda^*)^3 + c_6 \mu(\lambda^*)^2 + c_7 \mu(\lambda^*) + c_8}{\omega_2 (c_9 \mu(\lambda^*)^3 + c_{10} \mu(\lambda^*)^2 + c_{11} \mu(\lambda^*) + c_{12})} (\tau_1 - \tau_1^*) \quad (6)$$

$\mu(\lambda^*)$ はスリップ率が λ^* の時の摩擦係数

c_1, c_2, \dots, c_{12} は定数

以降、 $\mu(\lambda^*)$ を μ^* とし、記載

狀態方程式

$$\dot{x}(t) = E^{-1}Ax(t) + E^{-1}Bu(t) \quad (8)$$

$$E^{-1}A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1\mu^{*3} + c_2\mu^{*2} + c_3\mu^* + c_4}{\omega_2(c_9\mu^{*3} + c_{10}\mu^{*2} + c_{11}\mu^* + c_{12})} \end{bmatrix}$$

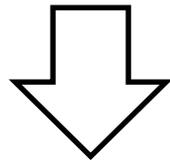
$$E^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{c_5\mu^{*3} + c_6\mu^{*2} + c_7\mu^* + c_8}{\omega_2(c_9\mu^{*3} + c_{10}\mu^{*2} + c_{11}\mu^* + c_{12})} \end{bmatrix}$$

状態方程式

$E^{-1}A, E^{-1}B$ 行列の分母には μ^* の変動パラメータ、
また μ^* の累乗項も存在している。

変動パラメータのロバスト性の保証

難しい



ディスプリプタ表現、LFT

非線形な項をなくす

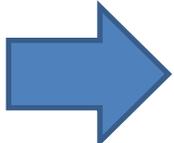
ディスクリプタ方程式

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (9)$$

$$x_d(t) = [x(t) \quad \dot{\lambda} \quad u(t)]^T$$

$$E_d = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & c_1 \mu^{*3} + c_2 \mu^{*2} + c_3 \mu^* + c_4 & -\omega_2 (c_9 \mu^{*3} + c_{10} \mu^{*2} + c_{11} \mu^* + c_{12}) & c_5 \mu^{*3} + c_6 \mu^{*2} + c_7 \mu^* + c_8 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

μ^* の累乗項が存在  ポリトープ表現を使うことが難

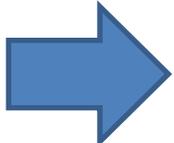
ディスクリプタ方程式

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (9)$$

$$x_d(t) = [x(t) \quad \dot{\lambda} \quad u(t)]^T$$

$$E_d = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & c_1 \mu^{*3} + c_2 \mu^{*2} + c_3 \mu^* + c_4 & -\omega_2 (c_9 \mu^{*3} + c_{10} \mu^{*2} + c_{11} \mu^* + c_{12}) & c_5 \mu^{*3} + c_6 \mu^{*2} + c_7 \mu^* + c_8 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

μ^* の累乗項が存在  ポリトープ表現を使うことが難

ディスクリプタ方程式 (LFT後)

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3\mu + c_4 & -(c_{11}\mu + c_{12})\omega_2 & c_7\mu + c_8 & \mu & 0 & 0 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2\mu & -c_{10}\mu\omega_2 & c_6\mu & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1\mu & -c_9\mu\omega_2 & c_5\mu & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

μ^* の累乗項が消える。ポリトープ表現を行い、変動パラメータのロバスト性を保証できる。

パラメータボックス

パラメータボックス Θ は変動パラメータの上限と下限の頂点として定義する。

$$\Theta = \left\{ \left[\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \right]^T : \theta_i \in \left\{ \underline{\theta}_i, \overline{\theta}_i \right\} \right\} \quad (20)$$

$$\theta_1 = \omega_2 \quad (\text{スケジューリングパラメータ})$$

$$\theta_2 = \dot{\omega}_2, \theta_3 = \mu^* \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\Theta_1 = \left[\underline{\theta}_1 \quad \underline{\theta}_2 \quad \underline{\theta}_3 \right], \quad \Theta_2 = \left[\overline{\theta}_1 \quad \underline{\theta}_2 \quad \underline{\theta}_3 \right], \dots \quad (21)$$

$$\dots \quad \Theta_7 = \left[\overline{\theta}_1 \quad \overline{\theta}_2 \quad \underline{\theta}_3 \right], \quad \Theta_8 = \left[\overline{\theta}_1 \quad \overline{\theta}_2 \quad \overline{\theta}_3 \right]$$

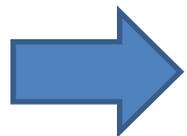
$\tilde{X}_d(\theta)$ の制約

\tilde{E}_d の構造を考慮し、 $\tilde{X}_d(\theta)$ を以下のように限定する。

$$\tilde{X}_d(\theta) = \begin{bmatrix} X_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\tilde{E}_d \tilde{X}_d(\theta) = (\tilde{E}_d \tilde{X}_d(\theta))^T \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11}(\theta) & X_{21}(\theta) & X_{31}(\theta) \\ 0 & X_{22}(\theta) & X_{32}(\theta) \\ 0 & X_{23}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$X_{11}(\theta) > 0$$

等号制約を取り除く事ができる。

$\tilde{Y}_d(\theta)$ の制約

状態フィードバック

$$u(t) = \tilde{K}_d(\theta)\tilde{x}_d(t) = \tilde{Y}_d(\theta)\tilde{X}_d(\theta)^{-1}\tilde{x}_d(t) \quad (17)$$

$$\tilde{Y}_d(\theta) = [Y(\theta) \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \quad (18)$$

$$\tilde{K}_d(\theta) = [Y(\theta) \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} X_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix}^{-1}$$

$$u(t) = K(\theta)x(t) = Y(\theta)X_{11}(\theta)^{-1}x(t) \quad (19)$$

$K(\theta)$ は状態方程式と同じ次元の行列で表されるコントローラ。

研究手法

- ・ **ポリトープ表現**  変動パラメータのロバスト性を保証
- ・ **リアプノフ安定理論**
- ・ 線形行列不等式 (**LMI**) を解き、制御器を設計。

ABSの機能

ABSはタイヤのロックによるスリップを防ぐ。

- ・ 雪道や急ブレーキの時