

Control  
Systems  
Engineering

名古屋大学 大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻  
制御システム工学研究グループ

# 航空機の縦系モデルに対する 非線形最適制御の適用例

菊池芳光\*

\*名古屋大学

MBD中部コンファレンス@2014年12月18日

## 目次

### 1. はじめに

- はじめに
- 先行研究

### 2. 設計手順

- 提案手法
- 縦系航空機モデル

### 3. シミュレーション

- シミュレーション結果
- おわりに

# はじめに

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

- PIO (Pilot Induced Oscillation) Category II



PIOにより墜落するGripen (Sweden)



縦方向のPIO現象 (NASA)

# 先行研究 -Windup

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

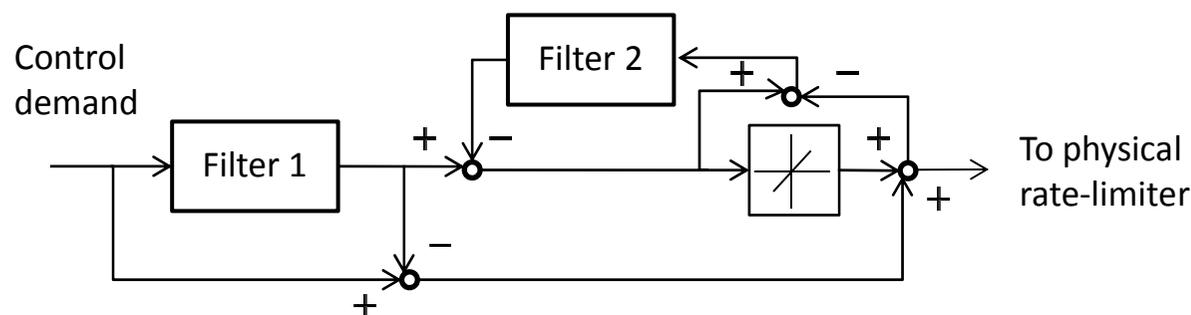
Anti-windup補償器

安定多様体法<sup>[2]</sup>による非線形最適安定問題  
+ 線形出力レギュレーション問題<sup>[3]</sup>

飽和要素をモデルに考慮していない  
全体の最適性は失われる

飽和の非線形性を考慮した最適安定化  
サーボ系としての最適性がない

SAAB Compensator<sup>[1]</sup> SAAB社  
→(Gripen)



[1] Sarah L. Gatley. A comparison of rate-limit compensation schemes for pilot-induced-oscillation avoidance. 2006

[2] Noboru Sakamoto. Case studies on the application of the stable manifold approach for nonlinear optimal control design. *Automatica*, 2013

[3] Yamagishi S, Sakamoto N, Sato M. 非線形最適制御によるPIOを防止する飛行制御系設計. 2013

# 先行研究 – 実証試験 : PIO

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

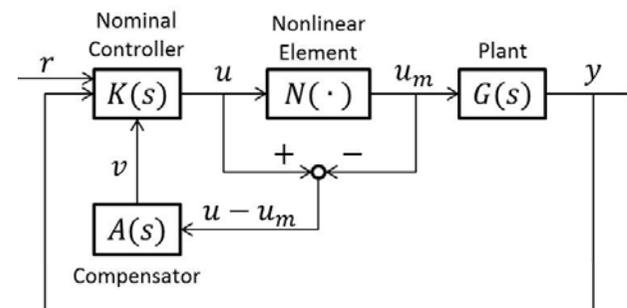
Anti-windup補償法の実証試験<sup>[4]</sup>

⇒ Pilot Rating・追従性能の向上  
(Flight Conditionを設定した試験)

**$H_\infty$  anti-windup 補償器の有効性を実証**



©DLR



Anti-windup補償制御

# 先行研究 – 非線形最適制御

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

## • 安定多様体法<sup>[2]</sup>

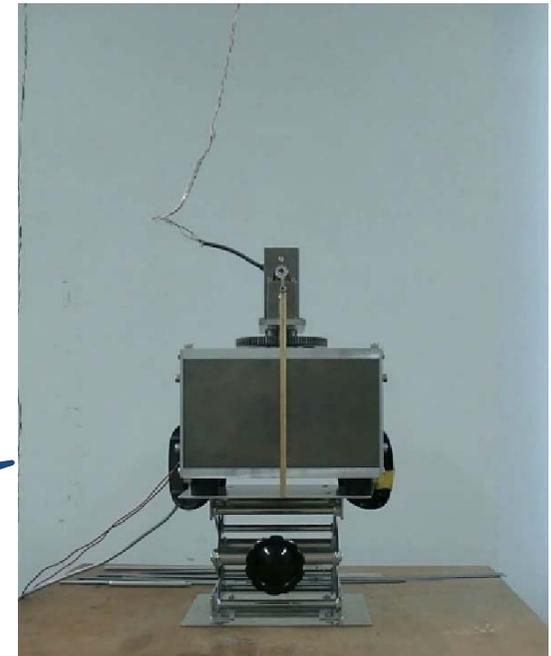
### 非線形最適制御系の設計手法

⇒ Hamilton-Jacobi方程式 (HJE) を解く必要

**安定多様体法<sup>[2]</sup> : HJEの解を精度よく求められる**

• 適用例 : 倒立振子の振り上げ制御

1つの非線形コントローラで  
振り上げ→安定化を行う！



## 目次

### 1. はじめに

- はじめに
- 先行研究

### 2. 設計手順

- 提案手法
- 縦系航空機モデル

### 3. シミュレーション

- シミュレーション結果
- おわりに

# 提案手法 - 概要

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

- **提案手法**

**中心安定多様体法**<sup>[5]</sup> : 速度飽和をモデルに考慮した**非線形最適サーボ系**の設計

非線形システム + 速度飽和

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x) \cdot RL(u)$$

速度飽和はそのままでは扱いづらい

評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \tilde{e}^T S_J \tilde{e} dt, \quad S_J = S_J^T, \quad \tilde{e} = [e \quad \dot{e} \quad \ddot{e}]$$

航空機系の場合、ピッチレート

# 提案手法 – 拡大係数系

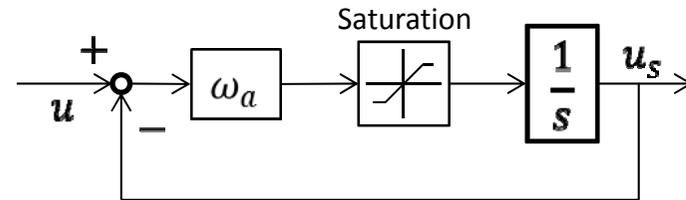
1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

## 速度飽和の近似

$$\begin{aligned} \dot{u}_s &= \frac{\bar{u}}{\underline{u}} \text{sat}(\omega_a(u - u_s)) \\ &= -\omega_a u_s + \frac{\bar{u} + \omega_a u_s}{\underline{u} + \omega_a u_s} \text{sat}(\omega_a u) \end{aligned}$$



拡大系 ↓

$u_s$  を飽和の閾値とする新たな sat

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x) + g(x)u_s \\ -\omega_a u_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\bar{u} + \omega_a u_s}{\underline{u} + \omega_a u_s} \text{sat}(\omega_a u)$$

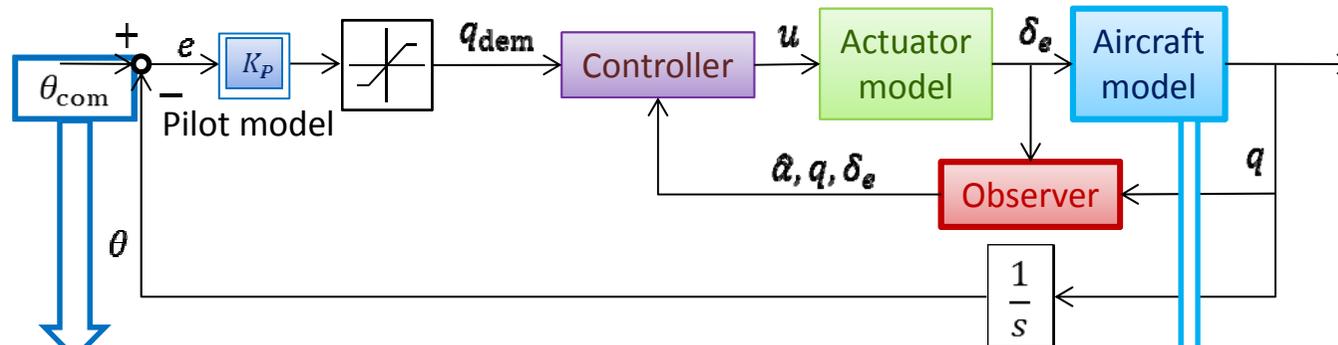
拡大系に対する  $J$  を最小化する非線形最適サーボ系の設計

# 縦系航空機モデル - 制御系の構成

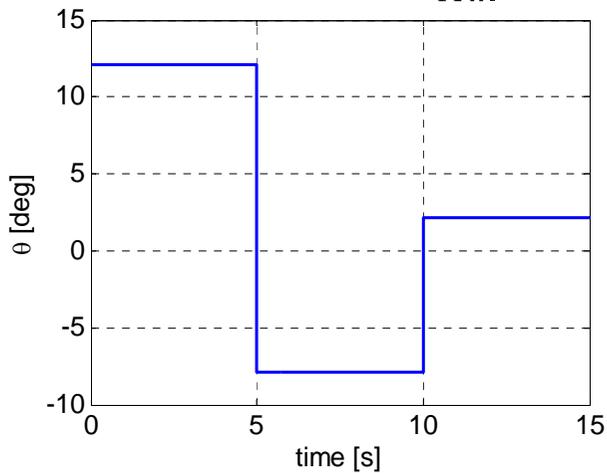
1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション



ピッチ角指令値  $\theta_{com}$



F-16 短周期近似モデル<sup>[6]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.01887 & 0.90506 \\ 0.82225 & -1.07741 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.00215 \\ -0.17555 \end{bmatrix} \delta_e$$

高度 $h$	0	ft
対気速度 $V$	153.0	m/s
迎角 $\alpha$	0.03691	rad
ピッチ角 $\theta$	0.03691	rad
ピッチレート $q$	0	rad/s
エレベータ舵角 $\delta_e$	-0.7588	rad
スロットル角 $\delta_T$	0.1385	-

# 縦系航空機モデル -パイロットモデル

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

OLOP(Open Loop Onset Point)基準<sup>[7]</sup>

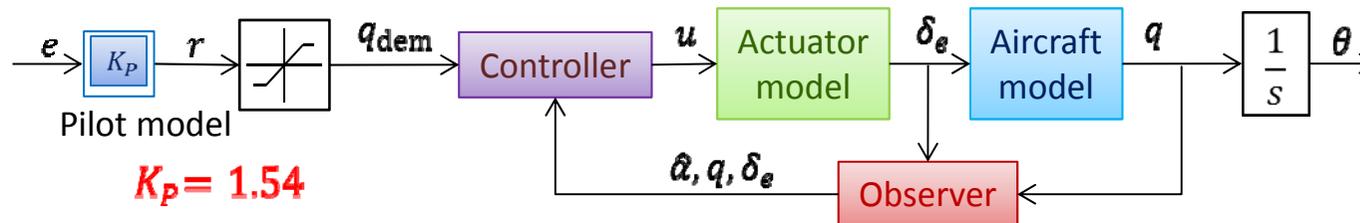
パイロット+航空機系制御器の性能評価法

パイロットモデル ⇒ PIOに陥った時, **定数ゲイン $K_p$** となると仮定

OLOP基準は**非線形特性**も含めて評価

⇒PIO発生時のパイロットモデルは定数ゲインで表現できる.

$$(e = \theta_{com} - \theta)$$



# 縦系航空機モデル - アクチュエータモデル

1. はじめに

2. 設計手順

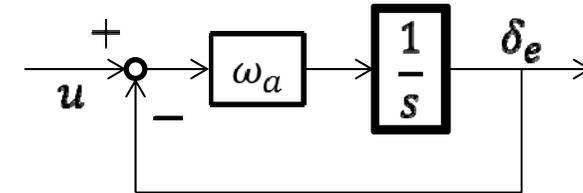
3. シミュレーション

アクチュエータ (F-16モデル)

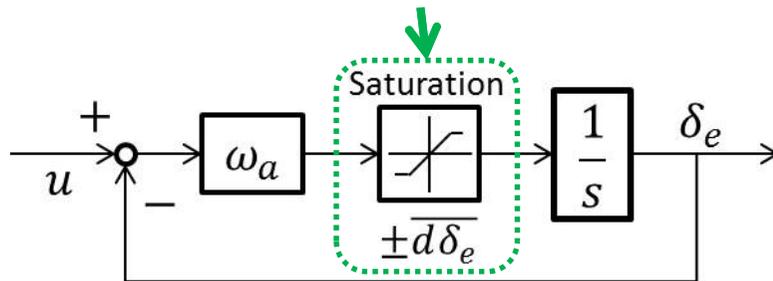
線形モデル：一次遅れ系近似

$$T_A(s) = \frac{\omega_a}{\omega_a + s}$$

固有周波数  $\omega_a = 20.2$  [rad]



速度飽和特性を考慮した近似モデル



$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \text{sat}_{\overline{d\delta_e}}(\omega_a(u - \delta_e)) \\ (\overline{d\delta_e} = 60[\text{deg/s}]) \end{cases}$$

航空機+アクチュエータモデルの拡大系  
⇒ 状態量：1次元増加

⇒ 提案手法は速度飽和を設計モデルに考慮

# 縦系航空機モデル – 拡大系

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

拡大系：**航空機モデル**  
+ **アクチュエータモデル** (速度飽和)

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\delta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & -\omega_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \delta_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\bar{u} + \omega_a \delta_e \text{sat}(\omega_a u)}{\underline{u} + \omega_a \delta_e}$$

追従誤差

$$e = q_{\text{dem}} - q$$

外部システム (目標値を生成するシステム)

$$\dot{w} = \dot{q}_{\text{dem}} = 0$$

評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \tilde{e}^T S_J \tilde{e} dt, \quad S_J = S_J^T, \quad \tilde{e} = [e \quad \dot{e} \quad \ddot{e}]$$

uの評価

$\Sigma$ : レギュレータ方程式の解

評価関数を最小化する**非線形最適制御系**の設計



$$u = \Sigma w + k(x, w)$$

航空機モデル

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + B \delta_e$$

アクチュエータモデル

$$T_A(s) = \frac{\omega_a}{\omega_a + s}$$

# 縦系航空機モデル – 評価関数の決定

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

## 評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \dot{\mathbf{e}}^T S_J \dot{\mathbf{e}} dt, \quad S_J = S_J^T, \quad \dot{\mathbf{e}} = [e \quad \dot{e} \quad \ddot{e}]$$

$S_J$ は $C^*$ 基準<sup>[8]</sup>を満たすように、試行錯誤して決定

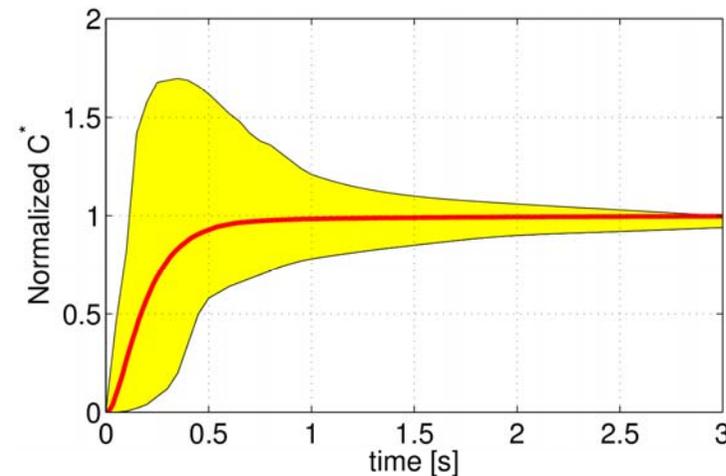
## $C^*$ 基準

航空機の操縦性評価法

$$C^*(t) = \frac{a_{np}}{g} + 12.4 q$$

( $a_{np}$ : 標準加速度,  $q$ : ピッチ角速度)

⇒ 黄色の領域内：飛行性能が最も良い



線形領域における性能評価 + 非線形領域の性能向上

# 縦系航空機モデル – 中心安定多様体法の適用

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

Hamilton-Jacobi方程式

$$H(x,p) = p^T \{A + B' \cdot \text{sat}(-k(x))\} + x^T Q x + \text{sat}(-k(x))^T R' \text{sat}(-k(x)) = 0$$

等価

Hamiltonの正準方程式

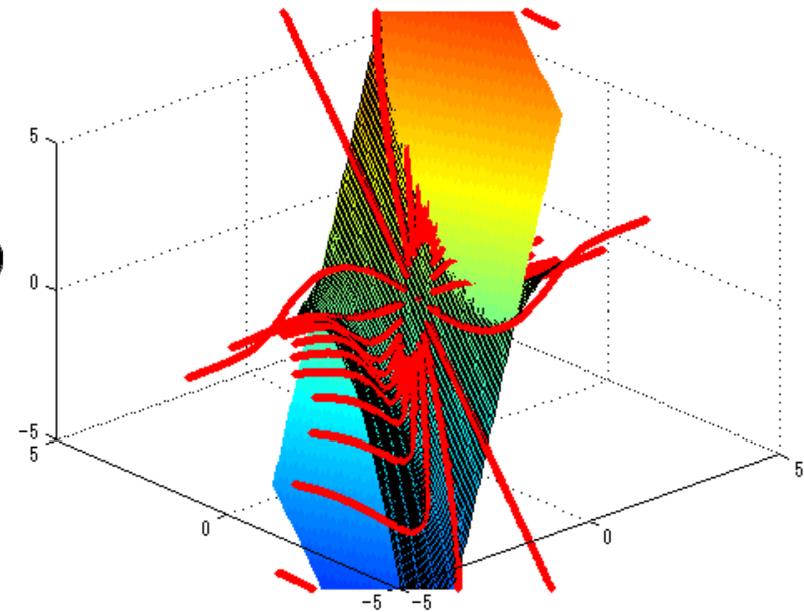
$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}(x,p) \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}(x,p) \end{cases}$$

ブロック対角化

積分漸化式

繰り返し数値計算

$$p(x) = \frac{\partial V(x)^T}{\partial x}$$



$$k(x) = \text{sat} \left( -\frac{1}{2} R'^{-1} B'^T \left( \frac{\partial V(x)^T}{\partial x} \right) \right)$$

非線形最適フィードバックコントローラ

## 目次

### 1. はじめに

### 2. 設計手順

### 3. シミュレーション

- はじめに
- 先行研究

- 提案手法
- 縦系航空機モデル

- シミュレーション結果
- おわりに

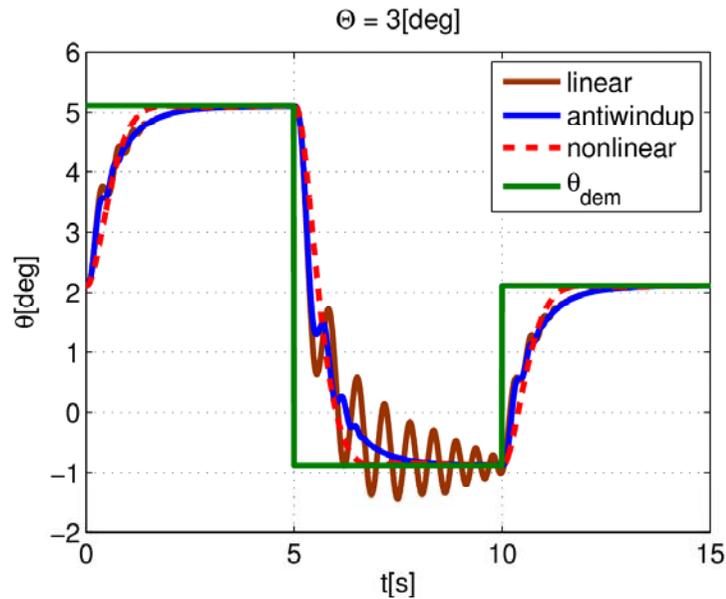
# シミュレーション結果1

1. はじめに

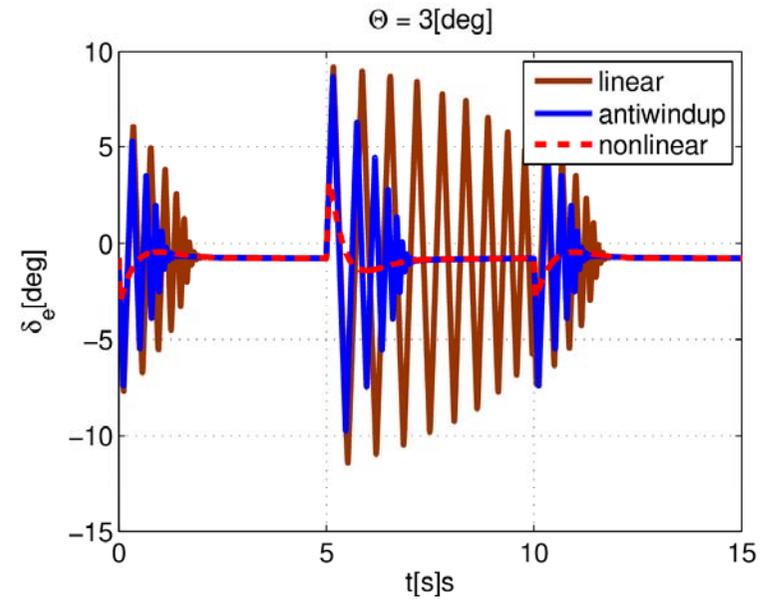
2. 設計手順

3. シミュレーション

ピッチ角コマンド  $\theta_{com} = \theta_0 \pm 3[\text{deg}]$  のとき



ピッチ角  $\theta$



エレベータ舵角  $\delta_e$

速度飽和の影響が見られる  $\Rightarrow$  線形制御器も追従を達成

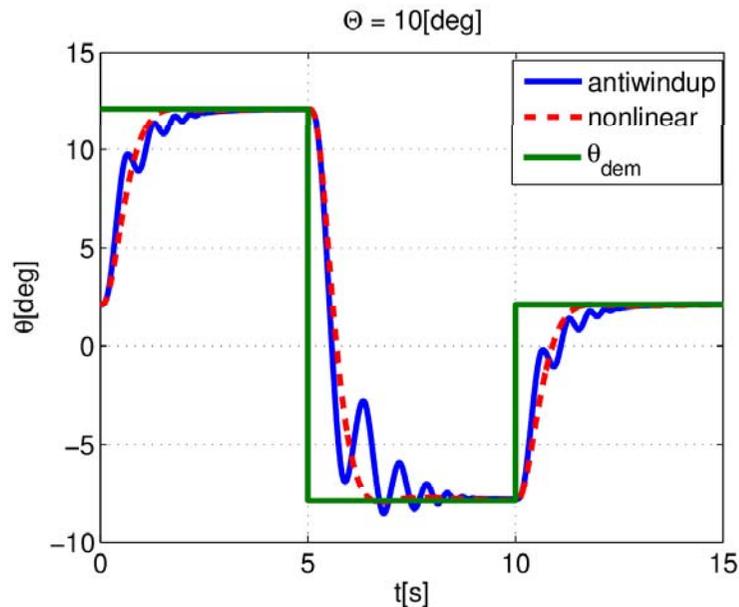
# シミュレーション結果2

1. はじめに

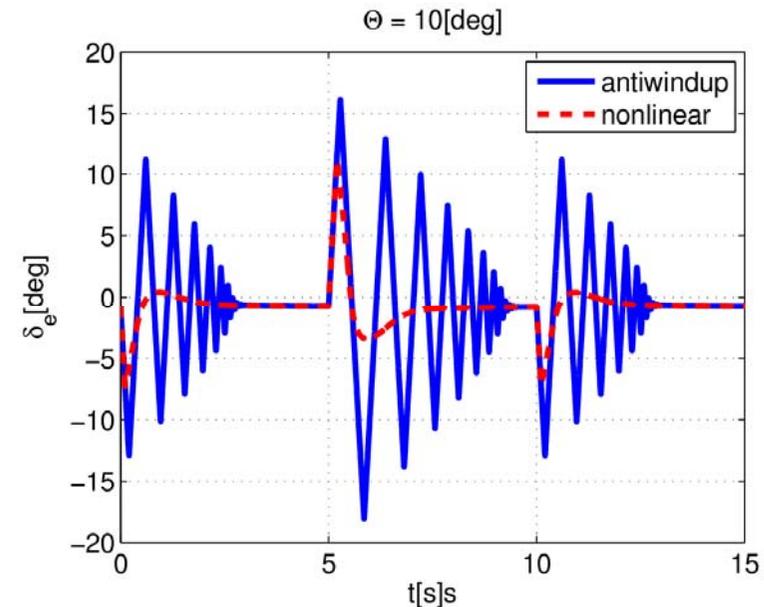
2. 設計手順

3. シミュレーション

ピッチ角コマンド  $\theta_{com} = \theta_0 \pm 10[\text{deg}]$  のとき



ピッチ角  $\theta$



エレベータ舵角  $\delta_e$

ピッチ角コマンドが大きい  $\Rightarrow$  線形制御器は**発散**  
 Anti-windup, 非線形最適サーボ系は追従を達成

# シミュレーション結果3

1. はじめに

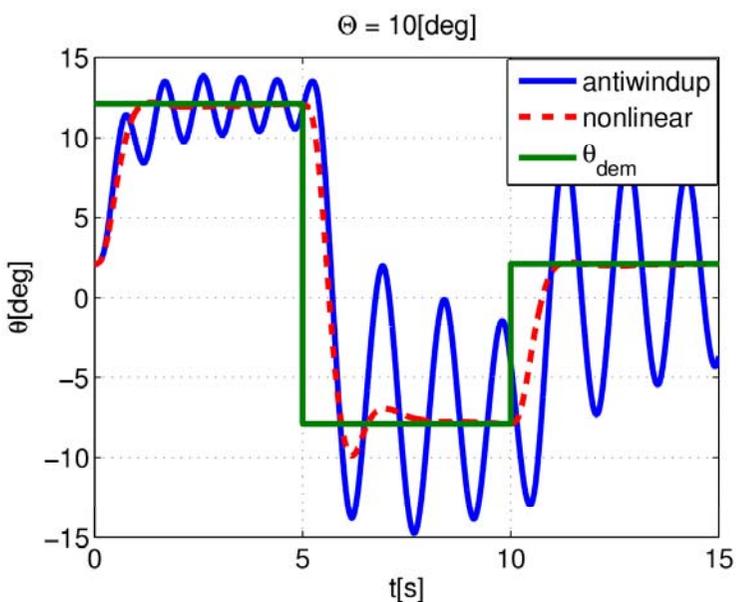
2. 設計手順

3. シミュレーション

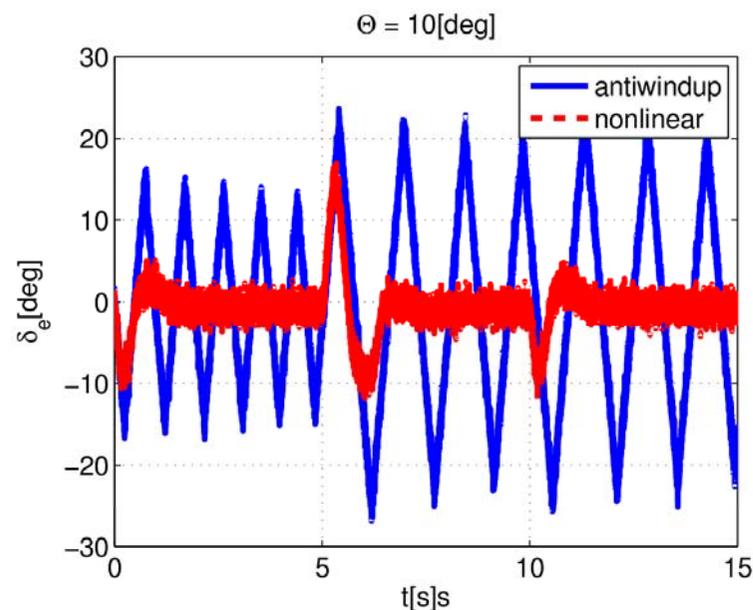
ピッチ角コマンド  $\theta_{com} = \theta_0 \pm 10[\text{deg}]$  のとき

ロバスト性能評価

不確かさ： { 航空機ダイナミクス及び舵面アクチュエータのゲイン変動 0.8 + 観測ノイズ  
むだ時間 0.1[s]



ピッチ角  $\theta$



エレベータ舵角  $\delta_e$

# おわりに

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

## 縦系PIO

### 既存の解決法

最適性を考慮した**非線形最適サーボ系**の設計を行った研究はない

### 提案手法

速度飽和を含む系に対する**非線形最適サーボ系設計**

- アクチュエータの速度飽和を**1次遅れ**と**飽和**で近似
- 中心安定多様体法

⇒ HJ方程式を解くことで**非線形最適サーボ系設計**

**ロバスト性能の向上**

### 今後の課題

JAXAの実証試験機での検証

1. はじめに

2. 設計手順

3. シミュレーション

ご清聴ありがとうございました

## $q, \alpha$

### 1. はじめに

### 2. 設計手順

### 3. シミュレーション

