

回転型柔軟倒立振子の最適振り上げ制御実験

2014年12月18日
MBD 中部コンファレンス

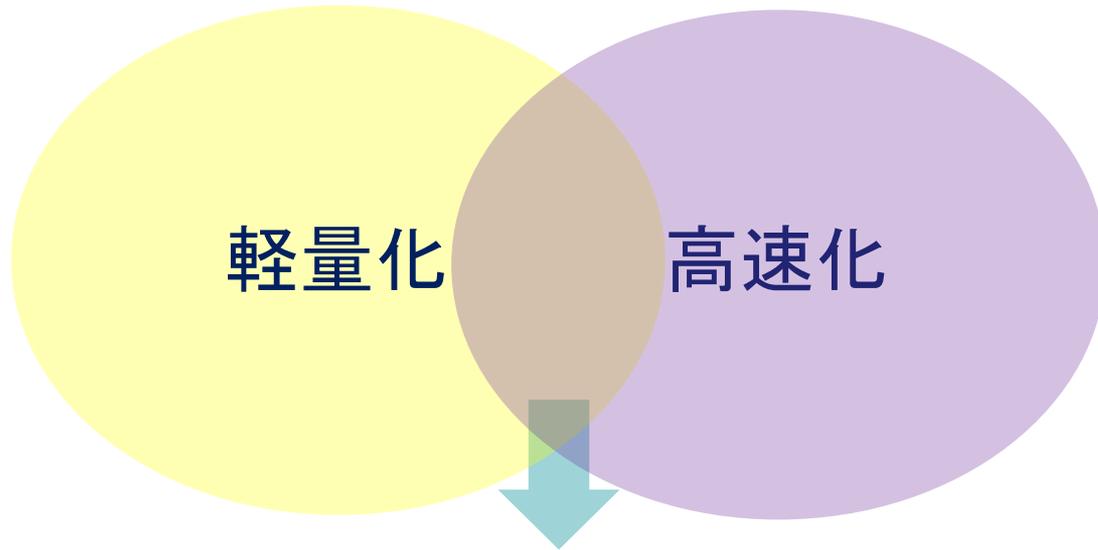
中村 和也
名古屋大学工学 航空宇宙工学コース



OUTLINE

- ・はじめに
- ・先行研究
 - 劣駆動系の振り上げ制御
 - 柔軟倒立振子の制御
- ・提案手法
 - 周波数依存型非線形最適レギュレータ
 - 安定多様体法
- ・シミュレーション・実験結果
- ・おわりに

はじめに



機械要素の”柔軟性”を考慮した精密な制御

柔軟倒立振子

- ・”柔軟構造”を持つ”非線形不安定”システム
- ・”剛体不安定”と”スピルオーバー不安定”を回避する必要



©NASA



©JAXA

⇒ 柔軟倒立振子の振り上げ安定化制御



OUTLINE

・はじめに

・先行研究

→劣駆動系の振り上げ制御

→柔軟倒立振子の制御

・提案手法

周波数依存型非線形最適レギュレータ

安定多様体法

・シミュレーション・実験結果

・おわりに

先行研究① 劣駆動システムの振り上げ制御

切り替え制御(振り上げ制御 + 平衡点近傍の制御)

- ・エネルギーフィードバック + 線形最適制御による研究

倒立振り子, 二重倒立振り子[1], Pendubot, Acrobot

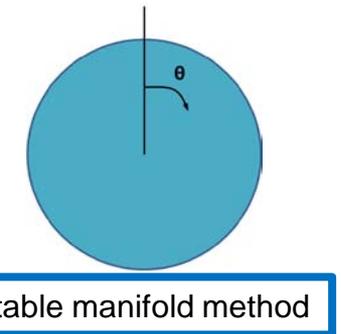
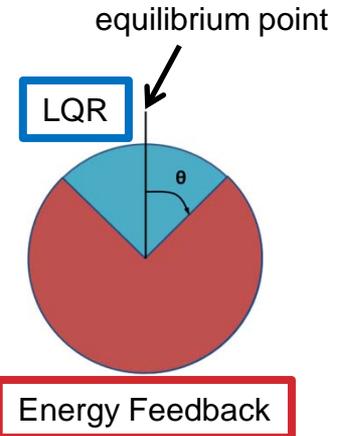
⇒ 柔軟構造物に対しては, コントローラ切り替え点において不連続な入力が行われ, **不安定化**する振動を励起してしまう.

単一のコントローラによる制御

- ・安定多様体法による非線形最適制御

倒立振り子[2]

⇒ **分布定数システム**の振り上げ制御を行った研究はない



[1] W. Zhong, Helmut Rock: Energy and Passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart, IEEE International Conference on Control Applications, 2001

[2] 藤本, 坂本: 非線形最適制御による倒立振り子の振り上げ安定化, 計測自動制御学会論文集, 2012

先行研究② 柔軟倒立振子の安定化制御

モード座標フィードバックによる制御[3]

振動を直接制御可能

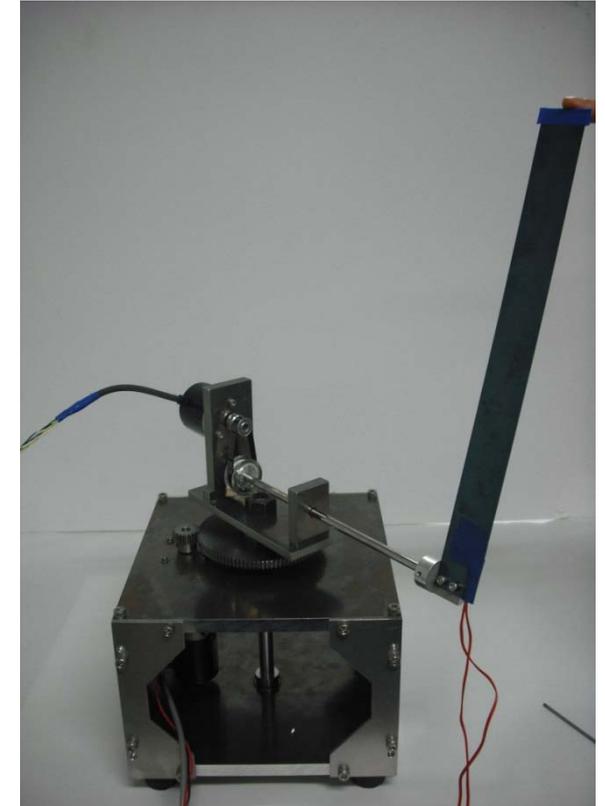
⇒ ・実験で振動モードを測定するのは非常に難しい

周波数依存型線形最適フィードバック[4]

“ローパスフィルタ”によりスピルオーバを抑制
入力フィードバックにより遅れを回復

⇒ ・周波数依存型線形フィードバックを非線形領域に拡張

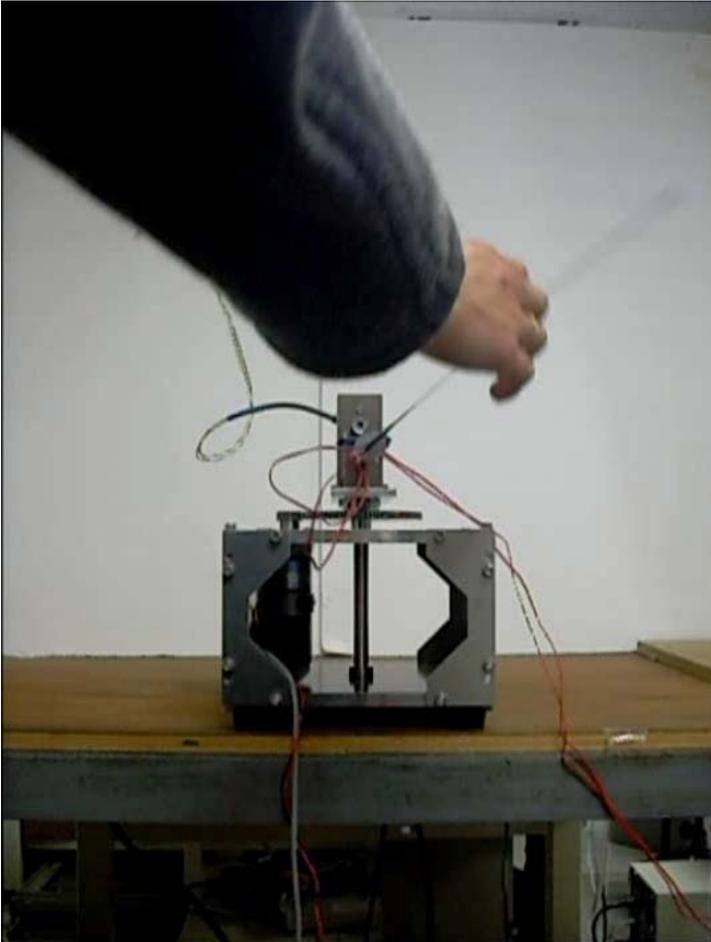
・安定多様体法による単一コントローラによる振り上げ制御



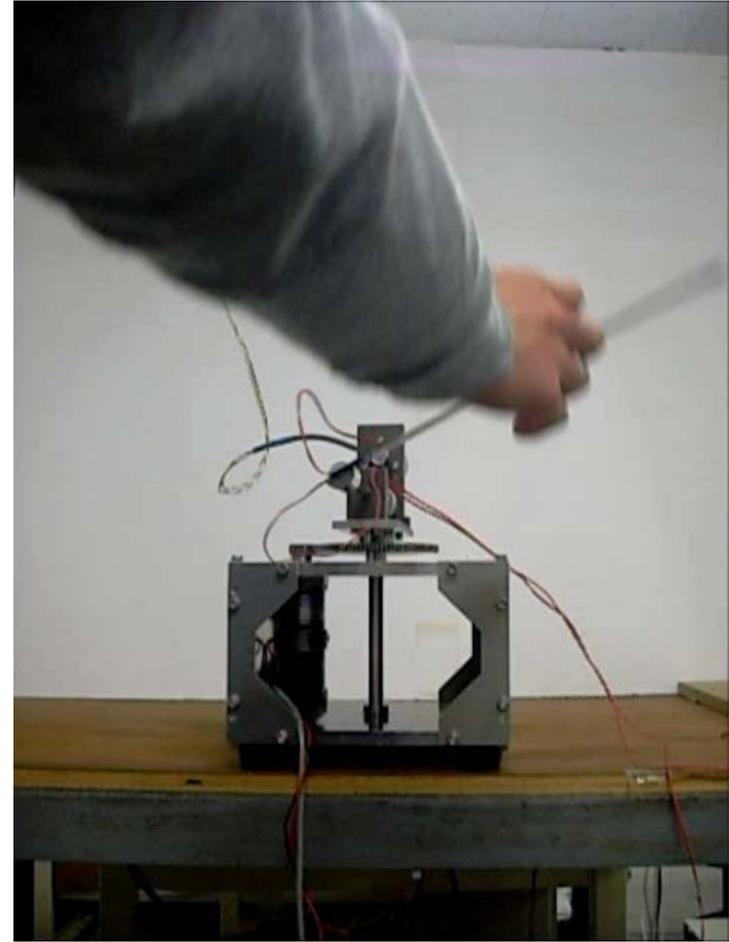
[3] 山口, 坂本, 西田: ハミルトニアン密度で表現したエネルギーのフィードバックによる柔軟倒立振子の振り上げ制御, 自動制御連合講演会 2012

[4] 森田, 鶴飼, 神藤, 松野: 周波数依存型最適サーボ系によるフレキシブル倒立振子の位置決め制御, 日本機械学会論文集C編 1999

柔軟倒立振子の安定化制御



LQR



周波数依存型線形最適

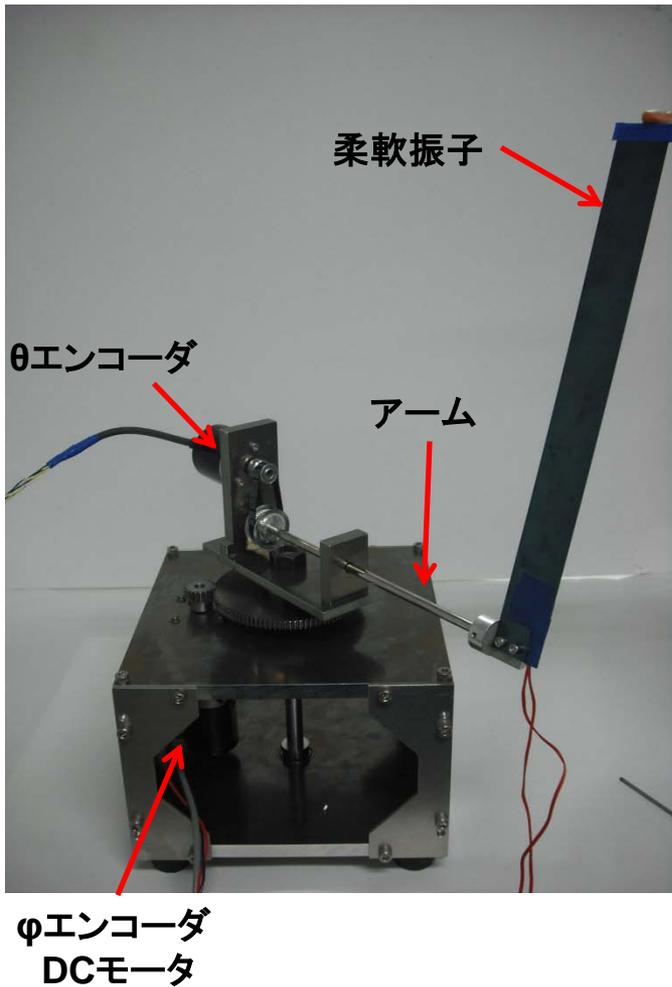


OUTLINE

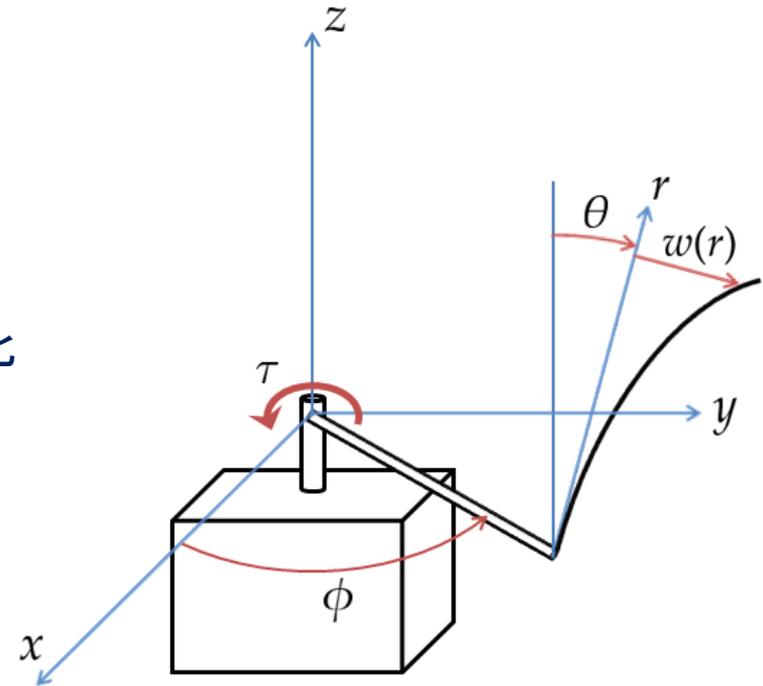
- ・はじめに
- ・先行研究
 - 劣駆動系の振り上げ制御
 - 柔軟倒立振子の制御
- ・提案手法
 - 周波数依存型非線形最適レギュレータ
 - 安定多様体法
- ・シミュレーション・実験結果
- ・おわりに

制御対象

回転型柔軟倒立振り子

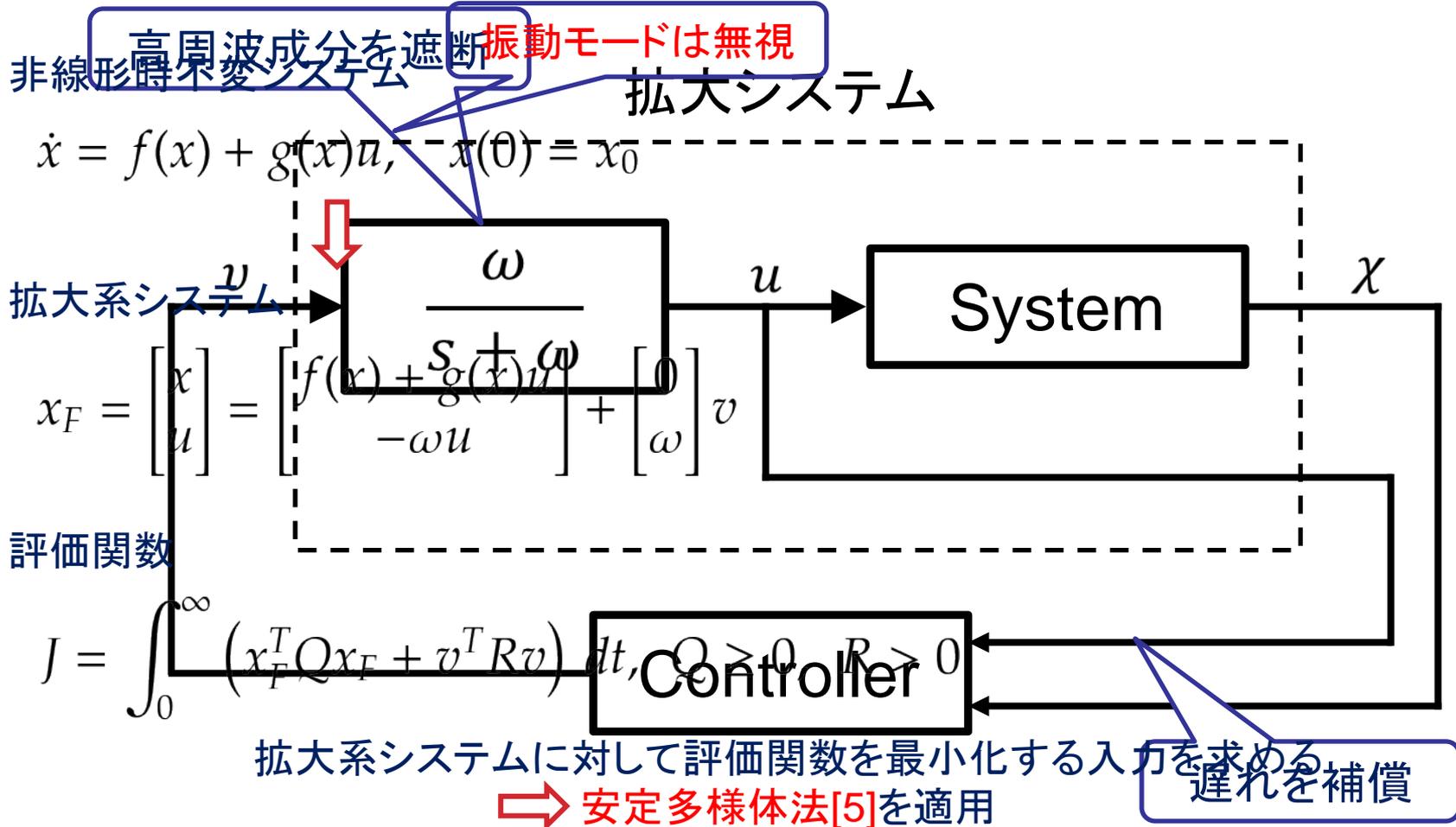


モデル化



たわみ量 $w(r) = \sum_{i=1}^N q_i(t) \psi_i(r)$

周波数依存型非線形最適レギュレータ問題



[5] Sakamoto N, Arjan J. van der Schaft : Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton–Jacobi equation 2008

安定多様体法

Hamilton-Jacobi方程式



Hamiltonの正準方程式



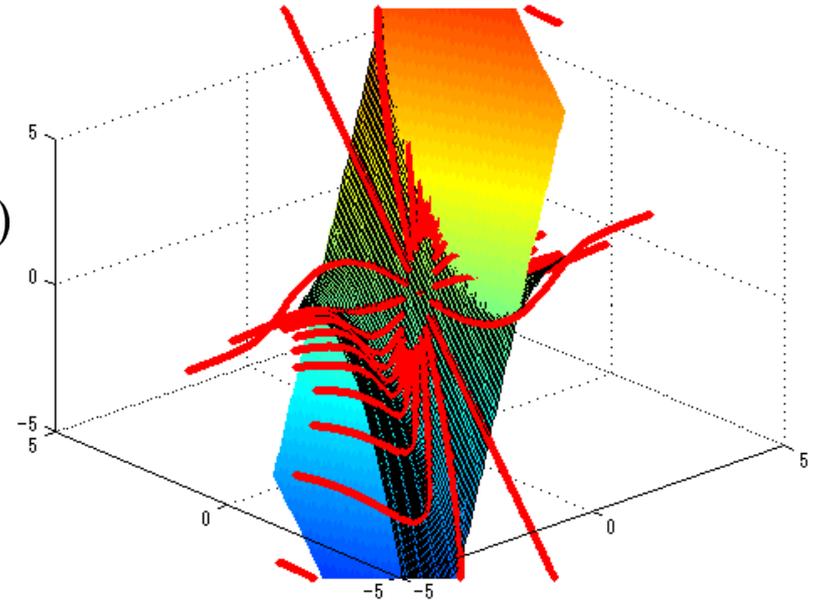
積分漸化式



$$p(x) = \frac{\partial V(x)^{\top}}{\partial x}$$

$$H(x, p) = p^{\top} f(x) - \frac{1}{4} p^{\top} g(x) R^{-1} g(x)^{\top} p + x^{\top} Q x = 0$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}(x, p) \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}(x, p) \end{cases}$$



$$-\frac{1}{2} R^{-1} g(x)^{\top} \frac{\partial V(x)^{\top}}{\partial x}$$

非線形最適フィードバックコントローラ



安定多様体法 計算アルゴリズム

Hamiltonの正準方程式

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}(x, p) = f(x) - \frac{1}{2}g(x)R(x)^{-1}g(x)^T p \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}(x, p) = -\frac{\partial f(x)^T}{\partial x} p + \frac{\partial}{\partial x} (p(x)^T g(x)R(x)^{-1}g(x)^T p(x))^T - \frac{\partial Q(x)^T}{\partial x} \end{cases}$$

線形部分と非線形部分に分離し、ブロック対角化

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(t, x, p) \\ \dot{p} = -A^T p + g(t, x, p) \end{cases}$$

安定行列を持つxと

不安定行列を持つpに分離

積分漸化式

$$\begin{cases} x_{k+1} = e^{At}\xi + \int_0^t e^{A(t-s)} f(s, x_k(s), y_k(s)) ds \\ p_{k+1} = -\int_t^\infty e^{-A^T(t-s)} g(s, x_k(s), y_k(s)) ds \end{cases} \quad \begin{cases} x_0 = e^{At}\xi \\ p_0 = 0 \end{cases}$$

$k \rightarrow \infty$ とすれば、積分漸化式は正準方程式の解に収束

安定多様体法 適応例1

今回述べた倒立振り子装置以外にも多くの研究において利用されている

・航空機の振動抑制に関する研究



速度飽和を含むHamilton-Jacobi方程式を
安定多様体法を用いて計算



・入力制約を持つ同期モータの非線形最適制御



自動車の燃費向上, 応答性の向上



OUTLINE

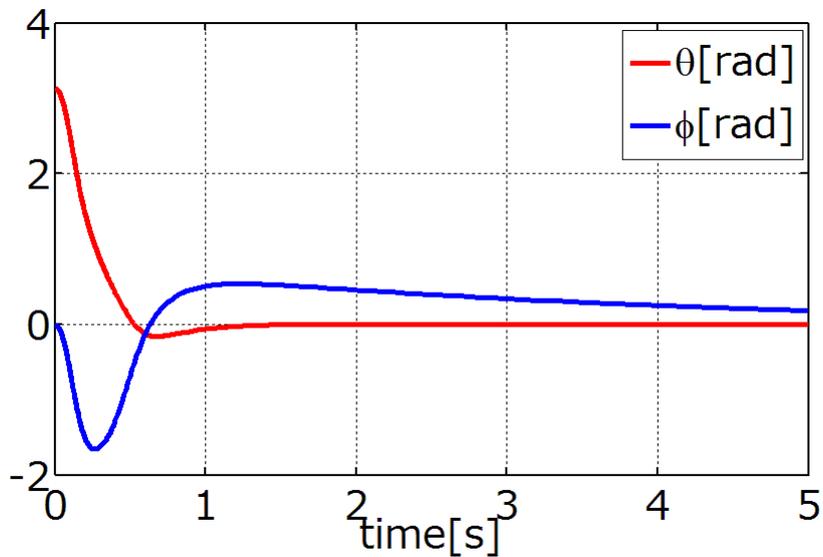
- ・はじめに
- ・先行研究
 - 劣駆動系の振り上げ制御
 - 柔軟倒立振子の制御
- ・提案手法
 - 周波数依存型非線形最適レギュレータ
 - 安定多様体法
- ・シミュレーション・実験結果
- ・おわりに

シミュレーション結果

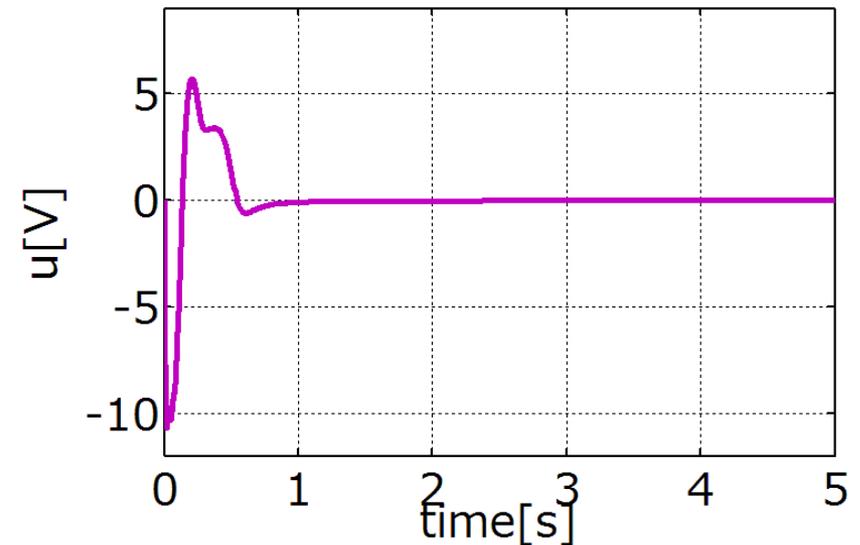
安定平衡点から不安定平衡点への柔軟振子振り上げ制御

コントローラ: 剛体モード+フィルタ
 シミュレーション: 1次の振動モードまで考慮

アーム角度 ϕ 振子角度 θ



入力 u



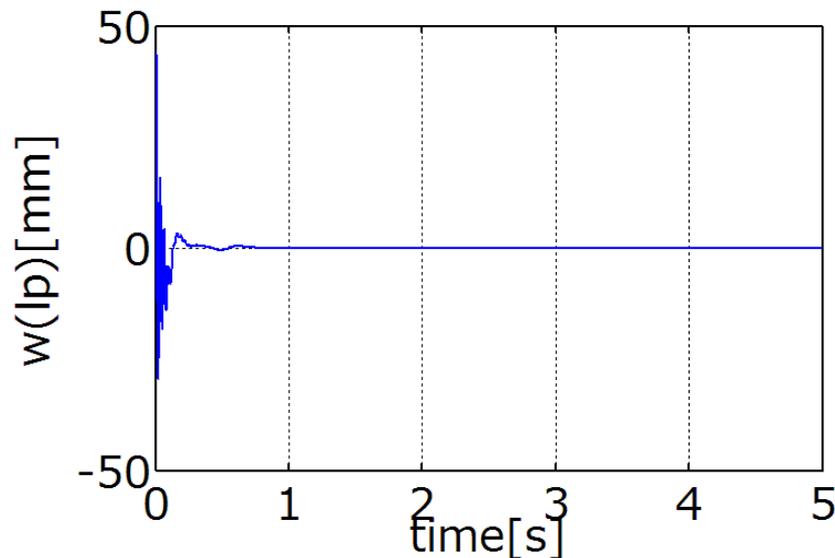
シミュレーション結果

安定平衡点から不安定平衡点への柔軟振子振り上げ制御

コントローラ: 剛体モード+フィルタ

シミュレーション: 1次の振動モードまで考慮

先端のたわみ量 $w(lp)$



拡大系システムに対する
非線形最適コントローラ



柔軟倒立振子の振り上げ安定化が可能
 スピルオーバー不安定は発生しない

振り上げ安定化実験

評価関数

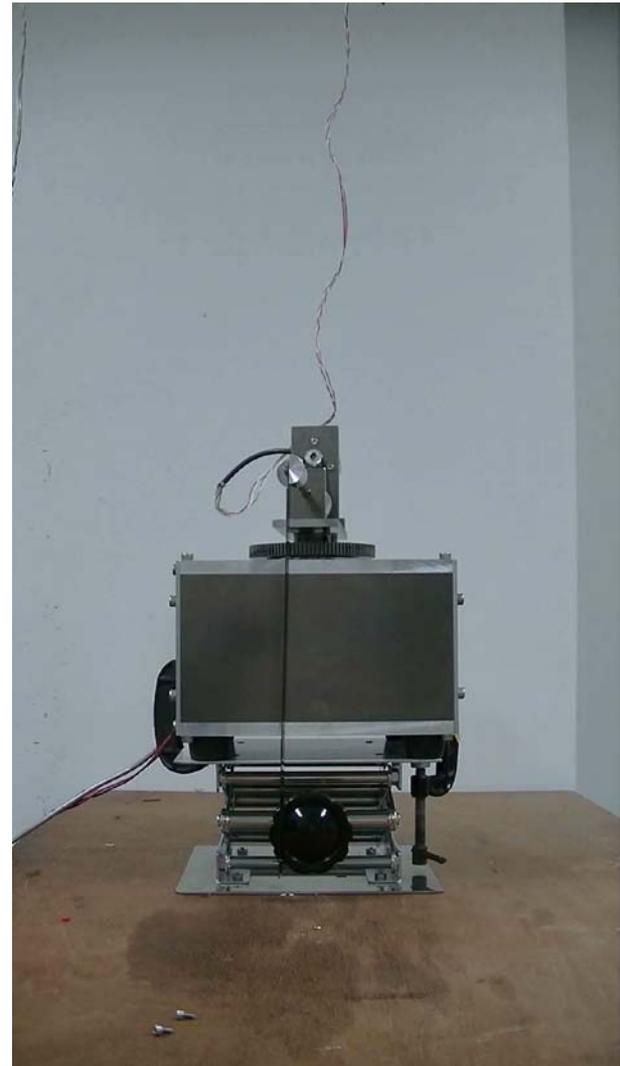
$$J = \int_0^{\infty} (0.11\phi^2 + 0.65\dot{\phi}^2 + v^2) dt$$

安定多様体アルゴリズムを10回適用

拡大系システムに対する
 非線形最適コントローラ



柔軟倒立振子の振り上げ安定化が可能
 スピルオーバー不安定は発生しない





OUTLINE

- ・はじめに
- ・先行研究
 - 劣駆動系の振り上げ制御
 - 柔軟倒立振子の制御
- ・提案手法
 - 周波数依存型非線形最適レギュレータ
 - 安定多様体法
- ・シミュレーション・実験結果
- ・おわりに

おわりに

柔軟倒立振子の振り上げ安定化制御

既存の解決法

これまで柔軟倒立振子の振り上げを達成した例はない

提案手法

周波数依存型非線形最適レギュレータ

- ・スピルオーバを回避
- ・安定多様体法

⇒ 実験により振り上げ安定化達成



ご清聴ありがとうございました



回転型倒立振子の運動方程式

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}]^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{x_2}{p_1 p_2 + p_1 p_5 + p_2^2 \sin^2 x_3 + p_2 p_5 \sin^2 x_3 - p_3^2 \cos^2 x_3} (p_2 + p_5) \{-2p_2 x_2 x_4 \sin x_3 \cos x_3 + p_3 x_4^2 \sin x_3 - (b_\phi + n^2 K_T K_E / R_a) x_2\} - p_3 \cos x_3 (p_2 x_2^2 \sin x_3 \cos x_3 + p_4 \sin x_3 - b_\theta) \\ \frac{x_4}{p_1 p_2 + p_1 p_5 + p_2^2 \sin^2 x_3 + p_2 p_5 \sin^2 x_3 - p_3^2 \cos^2 x_3} p_3 \cos x_3 \{-2p_2 x_2 x_4 \sin x_3 \cos x_3 + p_3 x_4^2 \sin x_3 - (b_\phi + n^2 K_T K_E / R_a) x_2\} + (p_1 + p_2 \sin^2 x_3) (p_2 x_2^2 \sin x_3 \cos x_3 + p_4 \sin x_3 - b_\theta) \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(p_2 + p_5) n^2 K_T K_E / R_a}{p_1 p_2 + p_1 p_5 + p_2^2 \sin^2 x_3 + p_2 p_5 \sin^2 x_3 - p_3^2 \cos^2 x_3} \\ 0 \\ \frac{-p_3 n^2 K_T K_E / R_a}{p_1 p_2 + p_1 p_5 + p_2^2 \sin^2 x_3 + p_2 p_5 \sin^2 x_3 - p_3^2 \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

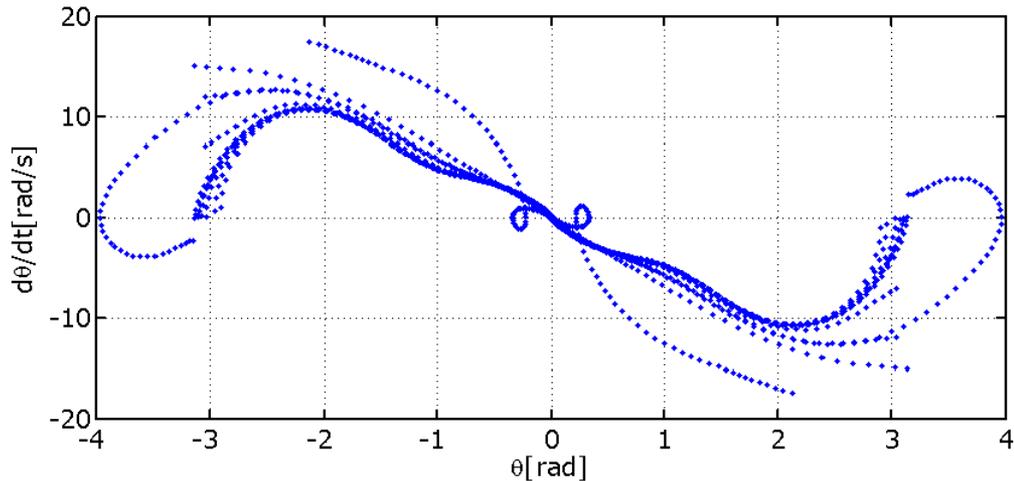
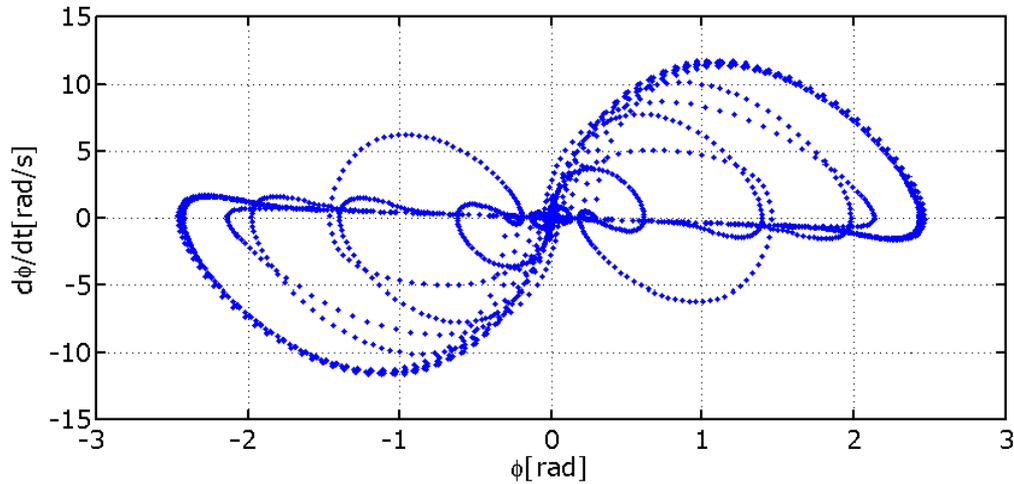
ここで,

$$p_1 = J + m_p l_a^2, \quad p_2 = \frac{1}{4} m_p l_p^2, \quad p_3 = \frac{1}{2} m_p l_p l_a, \quad p_4 = \frac{1}{2} m_p l_p g, \quad p_5 = \frac{1}{12} m_p l_p^2$$



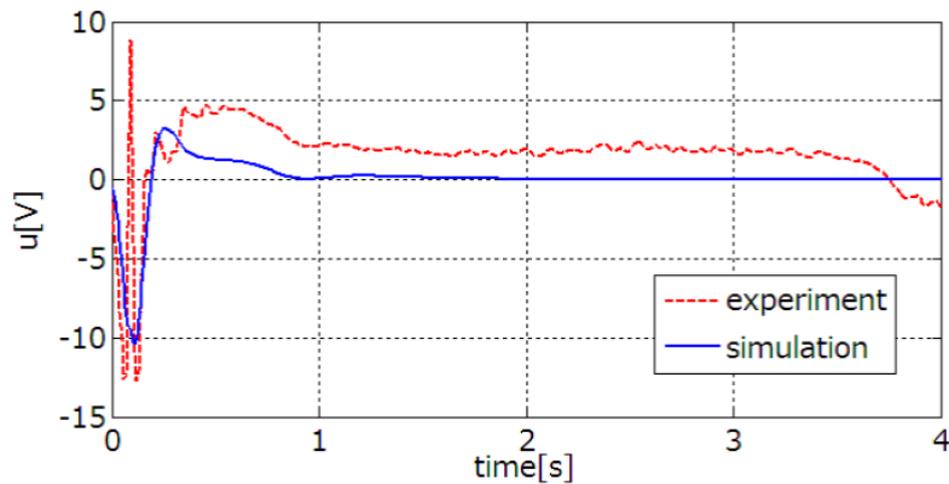
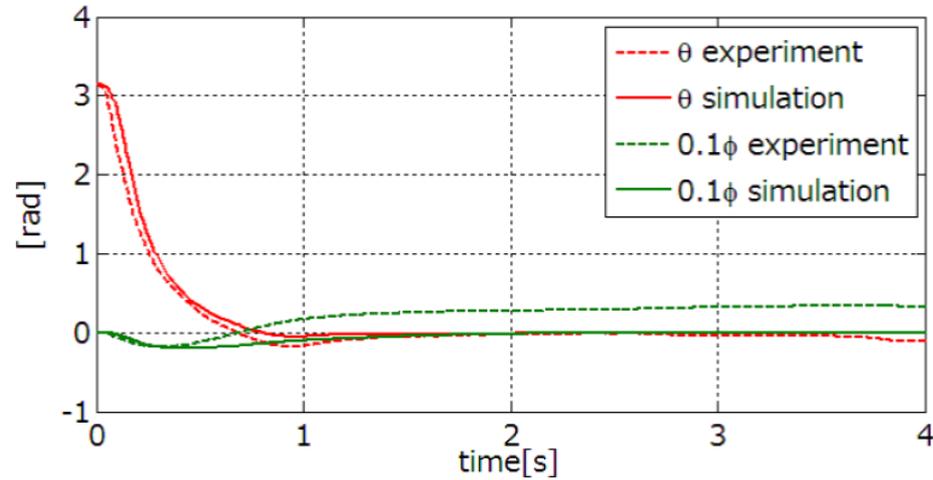
シミュレーションにおける非線形制御器

$$Q = \text{diag}(0.11, 0.65, 0, 0, 0), \quad R = 0.1$$





実験とシミュレーションの比較





回転型倒立振子の線形化システム

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(p_2+p_5)(b_\phi+n^2K_TK_E/R_a)}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} & \frac{-p_3p_4}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} & \frac{p_3b_\theta}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{p_3(b_\phi+n^2K_TK_E/R_a)}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} & \frac{p_1p_4}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} & \frac{-p_1b_\theta}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(p_2+p_5)n^2K_TK_E/R_a}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} \\ 0 \\ \frac{-p_3n^2K_TK_E/R_a}{p_1p_2+p_1p_5-p_3^2} \end{bmatrix}$$

柔軟倒立振子の安定化制御

周波数依存型線形最適フィードバック[4]

ローパスフィルタによりスピルオーバを抑制

入力フィードバックにより遅れを回復

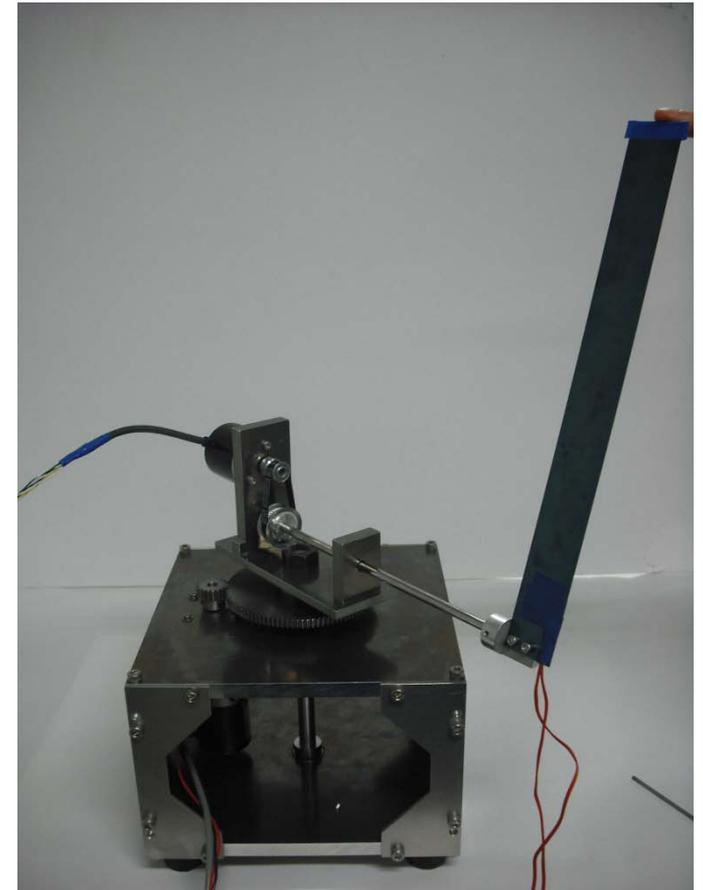


周波数依存型システムを非線形領域に拡張

+ 安定多様体法による計算

単一コントローラによる

柔軟倒立振子の振り上げ制御



[4] 森田, 鶺鴒, 神藤, 松野: 周波数依存型最適サーボ系によるフレキシブル倒立振子の位置決め制御, 日本機械学会論文集C編 1999