サンプルテキスト

FEM原理-I 基礎編

サイバネットシステム株式会社

CYBERNET

CAE UNIVERSITY

サンプルテキストについて

- 各講師が「講義の内容が伝わりやすいページ」を選びました。
- テキストのページは必ずしも連続していません。 一部を抜粋しています。
- テキストの複写・複製・無断転載・転用は固く禁じます。

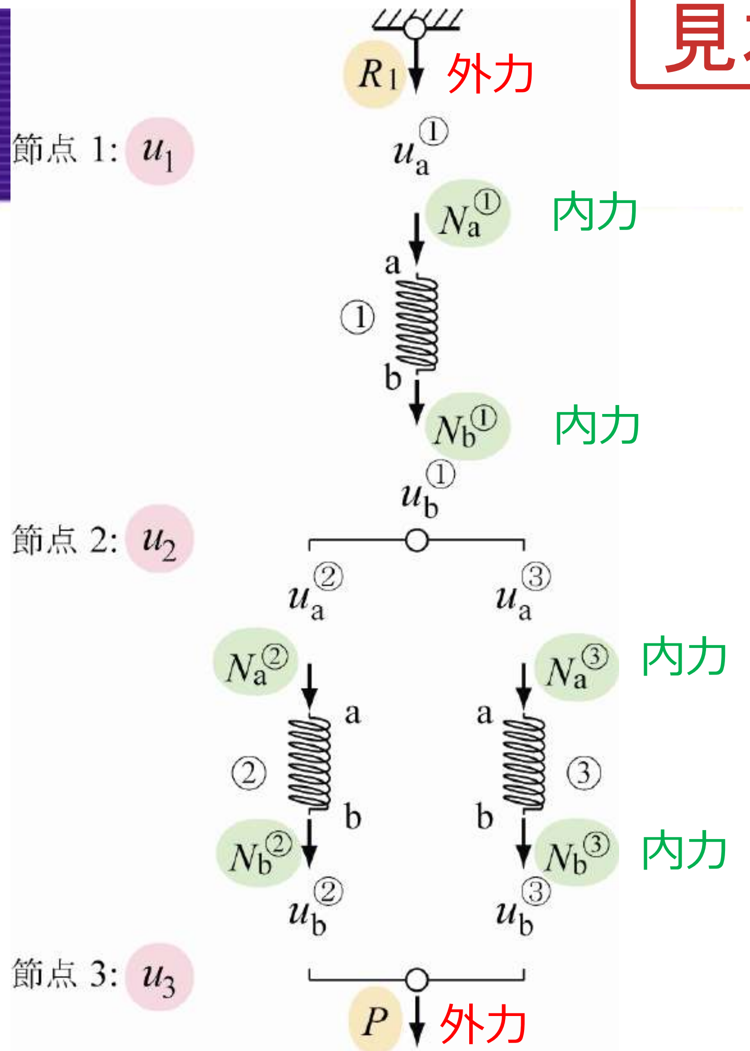
変形条件・適合条件・つり合い条件

内力と伸びの関係：構成関係（変形条件）

$$
\begin{Bmatrix} N_a^{①} \\ N_b^{①} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{①} & -k_{①} \\ -k_{①} & k_{①} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a^{①} \\ u_b^{①} \end{Bmatrix} \qquad \boldsymbol{N}_{①} = \boldsymbol{k}_{①}\boldsymbol{u}_{①}
$$

$$
\begin{Bmatrix} N_a^{②} \\ N_b^{②} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{②} & -k_{②} \\ -k_{②} & k_{②} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a^{②} \\ u_b^{②} \end{Bmatrix} \qquad \boldsymbol{N}_{②} = \boldsymbol{k}_{②}\boldsymbol{u}_{②}
$$

$$
\begin{Bmatrix} N_a^{③} \\ N_b^{③} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{③} & -k_{③} \\ -k_{③} & k_{③} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a^{③} \\ u_b^{③} \end{Bmatrix} \qquad \boldsymbol{N}_{③} = \boldsymbol{k}_{③}\boldsymbol{u}_{③}
$$



部材の結合情報（コネクティビティ）

	a	b
①	u_1	u_2
②	u_2	u_3
③	u_2	u_3

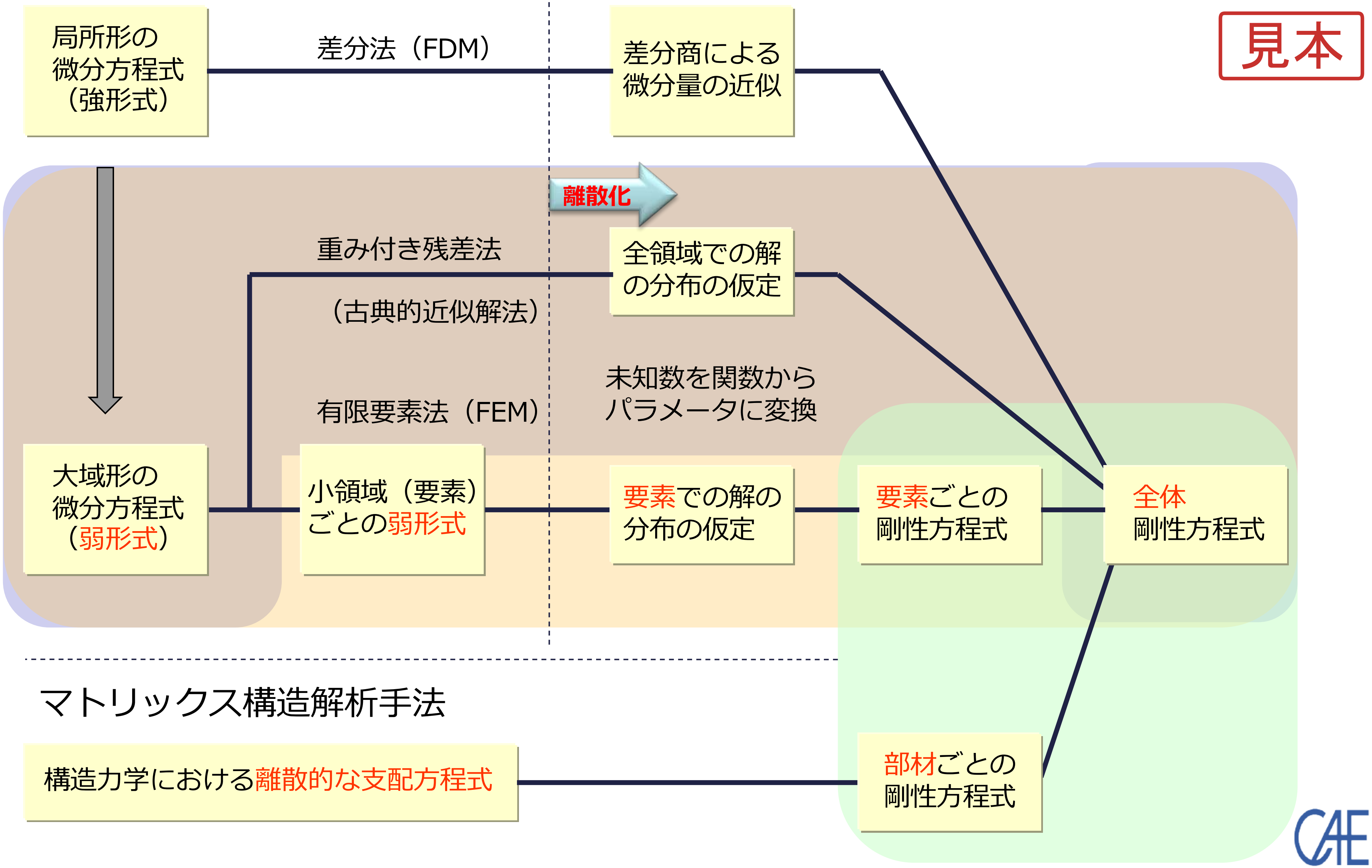
変位の連続条件（適合条件）

$$
\left.
\begin{aligned}
u_a^{①} &= u_1 \\
u_b^{①} &= u_a^{②} = u_a^{③} = u_2 \\
u_b^{②} &= u_b^{③} = u_3
\end{aligned}
\right\}
$$

内力と外力のつり合い条件

$$
\left.
\begin{aligned}
N_a^{①} &= R_1 \\
N_b^{①} + N_a^{②} + N_a^{③} &= 0 \\
N_b^{②} + N_b^{③} &= P
\end{aligned}
\right\}
$$

微分方程式の離散化解析手法

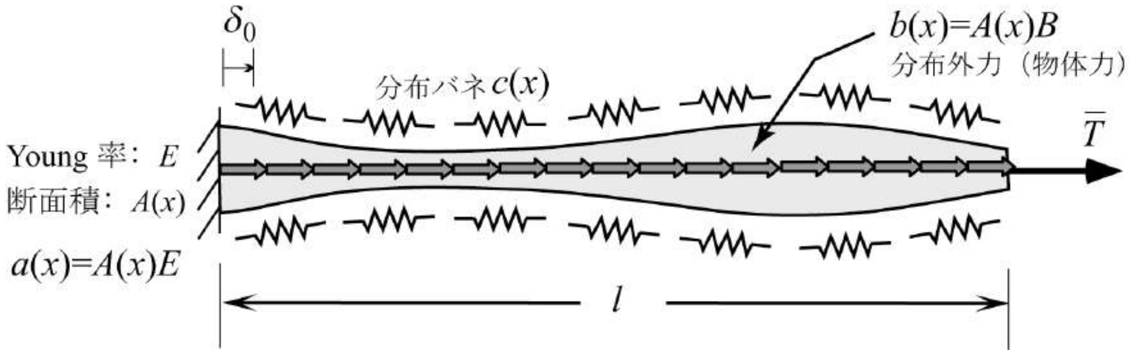


強形式と弱形式

見本

強形式
（局所形）

$$
\begin{cases}
-\dfrac{d}{dx}\left(a(x)\dfrac{du(x)}{dx}\right)+c(x)u(x)=b(x) \ \ \text{in} \ \ (0,l) \\
u(0)=\delta_0 \\
a\dfrac{du}{dx}\bigg|_{x=l}=\bar{T}
\end{cases}
$$

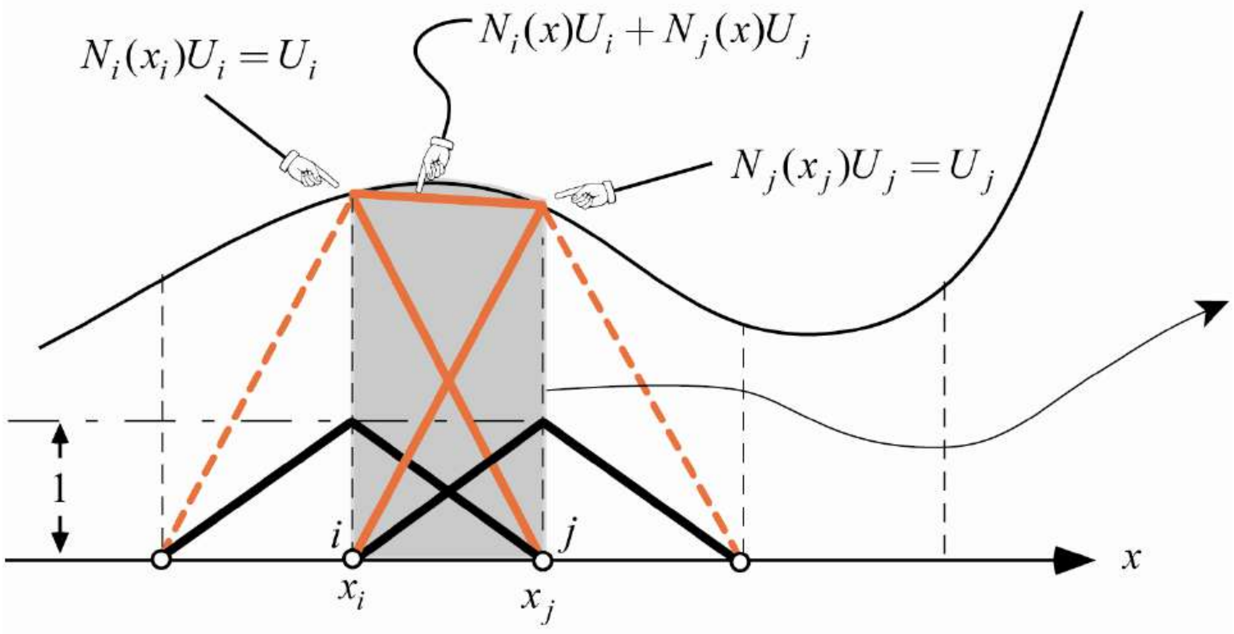


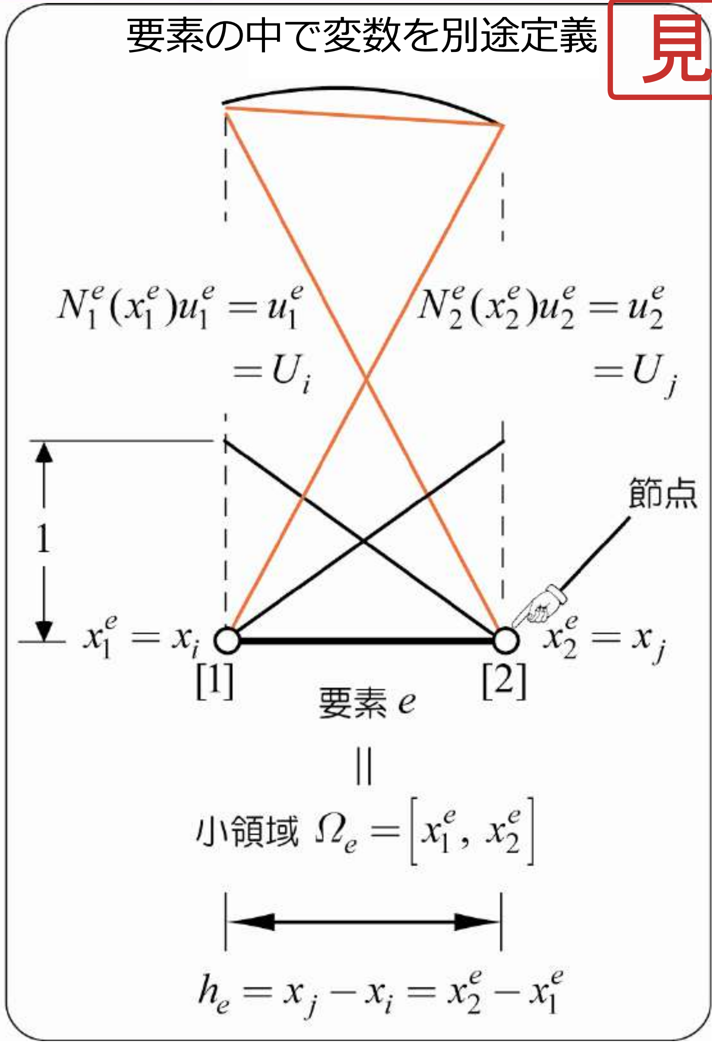
弱形式＝仮想仕事式
（大域形）

$$
\begin{cases}
\displaystyle\int_0^l a(x)\frac{d\delta u(x)}{dx}\frac{du(x)}{dx}dx+\int_0^l c(x)\delta u(x)u(x)\,dx=\int_0^l b(x)\delta u(x)\,dx+\delta u(l)\bar{T} \\
u(0)=\delta_0 \quad \text{and} \quad \forall\delta u;\ \ \delta u(0)=0
\end{cases}
$$

Remark: 仮想変位が任意である限り、両者は等価である。

全体領域から要素単位の近似へ
～基底関数が重なり合う小領域ごとに積分を行う～





基底関数の導入：領域全体　：　要素（element）
関数値（変位）の着目点　　：　節点（node）

要素内における未知関数（変位）の関数形を仮定し，
要素ごとに離散化した後に全体の離散化方程式を得る

要素ごとに形状関数を導入する

有限要素法（finite element method）

Cauchyの応力公式（2D）

・力のつり合い条件

$$\boldsymbol{t}^{(-\boldsymbol{e}_1)}dS_1+\boldsymbol{t}^{(-\boldsymbol{e}_2)}dS_2+\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{n})}dS+\bar{\boldsymbol{b}}dV=0$$

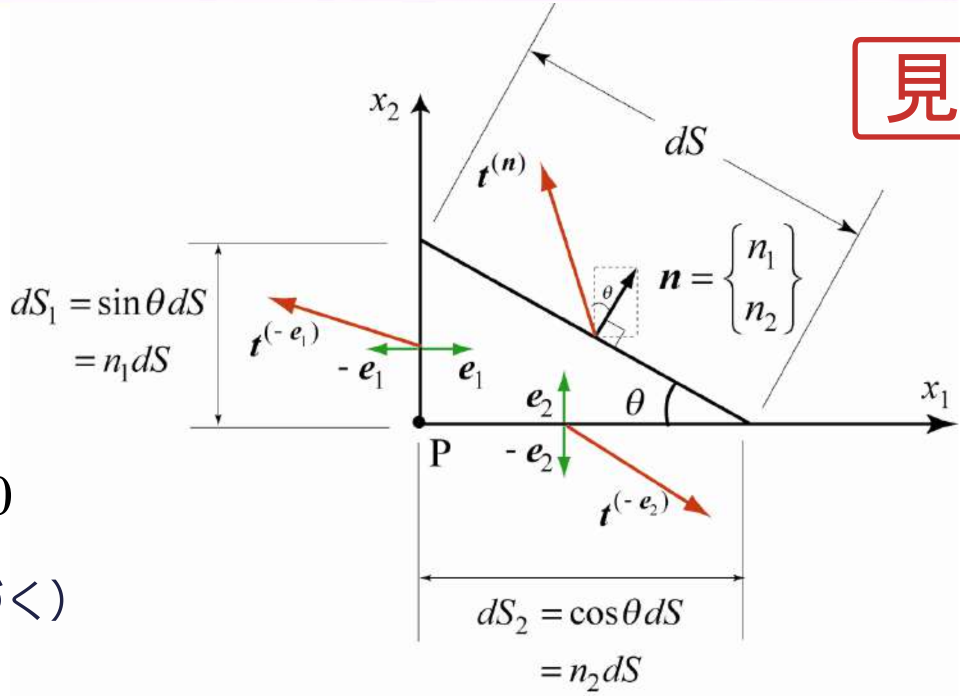
$$\boldsymbol{t}^{(-\boldsymbol{e}_1)}=-\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_1)},\ \boldsymbol{t}^{(-\boldsymbol{e}_2)}=-\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_2)}$$

$$dS_1=n_1dS,\ dS_2=n_2dS$$

$$-\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_1)}\left(n_1dS\right)-\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_2)}\left(n_2dS\right)+\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{n})}dS+\bar{\boldsymbol{b}}dV=0$$

$dS \gg dV$（面積より体積が先にゼロに近づく）

$$\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{n})}=n_1\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_1)}+n_2\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_2)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_1)} & \boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_2)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}n_1\\ n_2\end{Bmatrix}$$



Cauchyの応力公式

$$\left\{\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{n})}\right\}=\begin{Bmatrix}t_1^{(\boldsymbol{n})}\\ t_2^{(\boldsymbol{n})}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_1)} & \boldsymbol{t}^{(\boldsymbol{e}_2)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}n_1\\ n_2\end{Bmatrix}$$

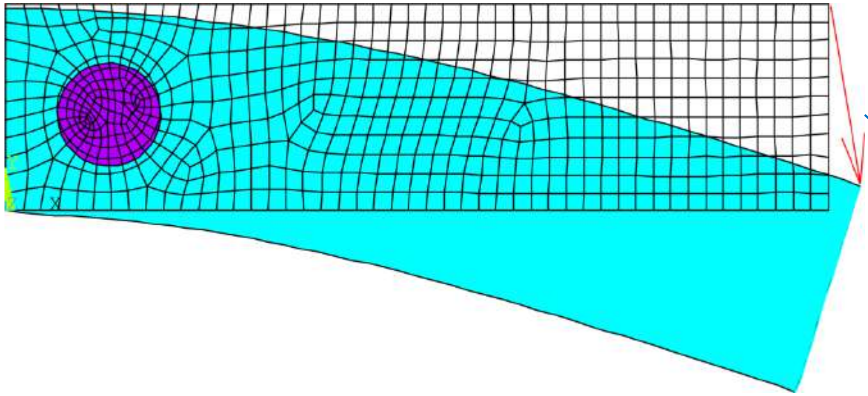
$$=\begin{bmatrix}t_1^{(\boldsymbol{e}_1)} & t_1^{(\boldsymbol{e}_2)}\\ t_2^{(\boldsymbol{e}_1)} & t_2^{(\boldsymbol{e}_2)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}n_1\\ n_2\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{21}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}n_1\\ n_2\end{Bmatrix}=[\boldsymbol{\sigma}]^{\mathrm{T}}\{\boldsymbol{n}\}$$

Cauchy応力テンソル

$$[\boldsymbol{\sigma}]=\begin{bmatrix}t_1^{(\boldsymbol{e}_1)} & t_2^{(\boldsymbol{e}_1)}\\ t_1^{(\boldsymbol{e}_2)} & t_2^{(\boldsymbol{e}_2)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{bmatrix}$$

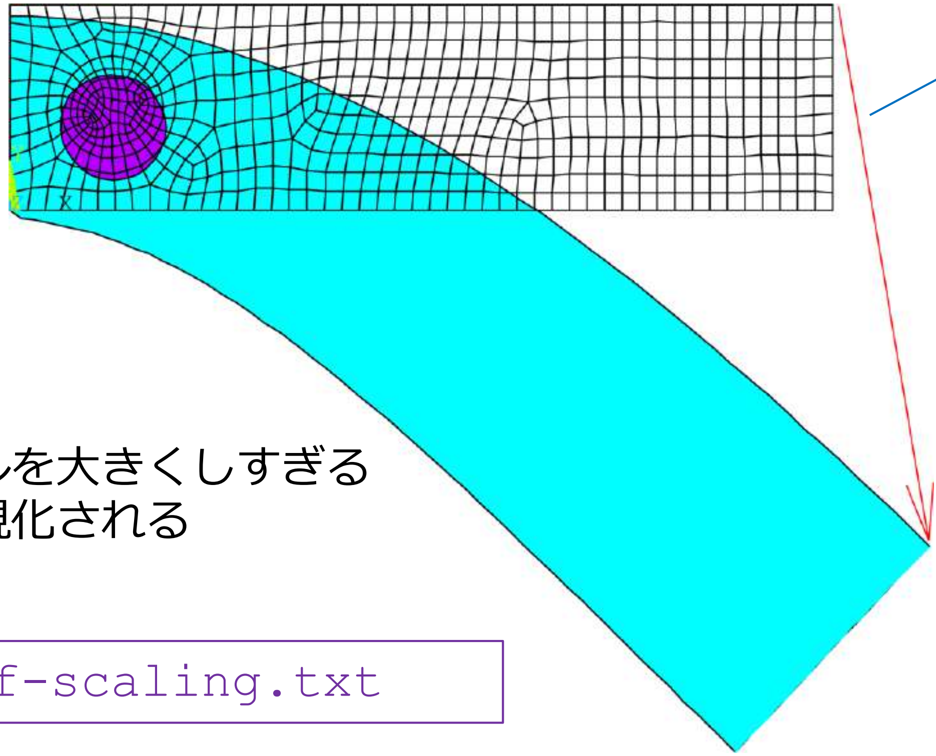
直感と一致しない可視化


```
/dscale,1,1e8
/replot
```



平行

```
/dscale,1,5e8
/replot
```



線形解析で、変形スケールを大きくしすぎる
と不自然な体積変化が可視化される

01\16stress-def-scaling.txt