

サンプルテキスト

FEM原理-II 応用編

サイバネットシステム株式会社

CYBERNET

CAE
UNIVERSITY

サンプルテキストについて

- 各講師が「講義の内容が伝わりやすいページ」を選びました。
- テキストのページは必ずしも連続していません。一部を抜粋しています。
- テキストの複写・複製・無断転載・転用は固く禁じます。

1. メッシュや要素で答えが変わる

1.1 「要素」や「メッシュ」に依存する有限要素解析

[補] 収束性に関するケーススタディ：メッシュ細分化による精度向上～h収束（均質）～

見本

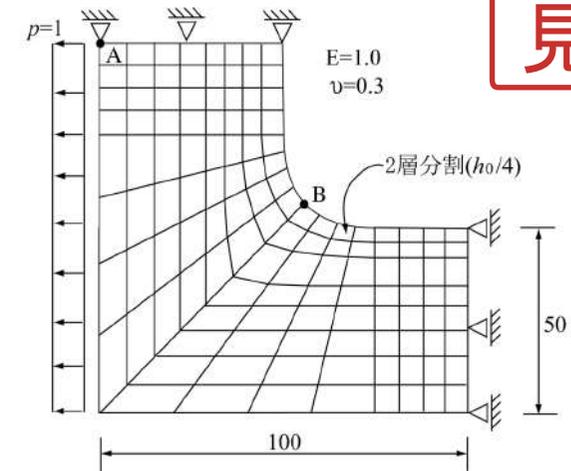
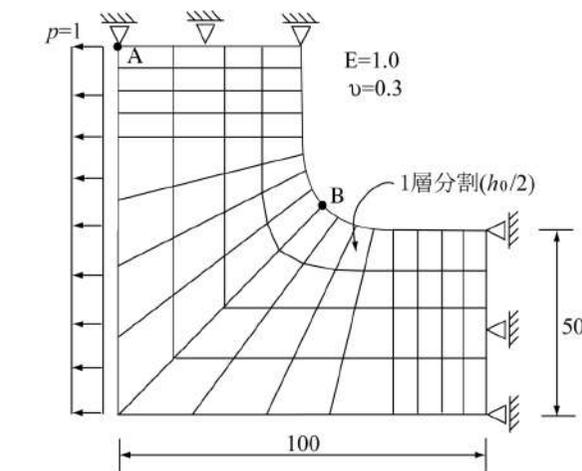
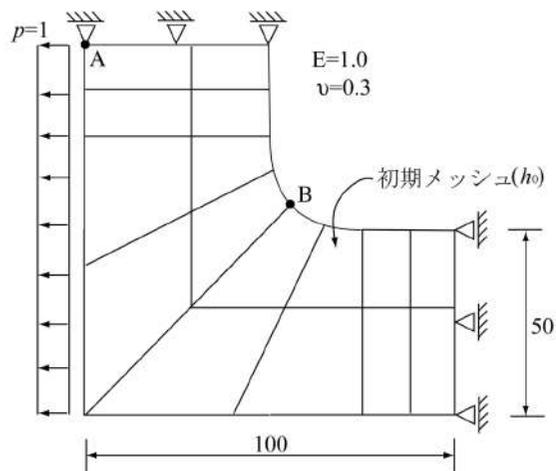
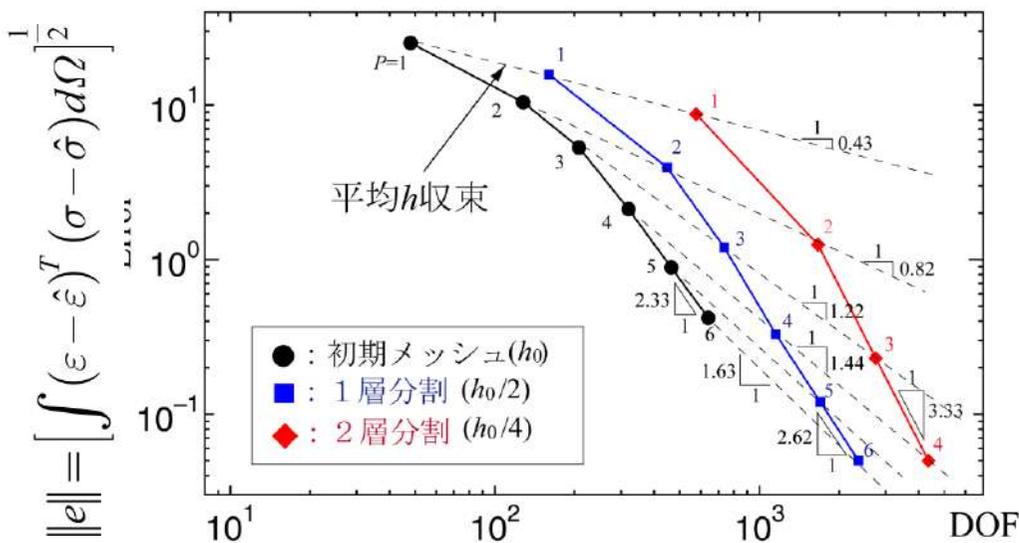


図-4 特異性を有さないL型領域問題のオリジナルモデル_(b)-1

図-5 特異性を有さないL型領域問題の1層分割モデル_(b)-2

図-6 特異性を有さないL型領域問題の2層分割モデル_(b)-3



DOF=自由度
Error=エネルギーノルムでの相対誤差

(b)のパーセント誤差とDOFの関係

典型的な変形と再現性

見本

解析解 (理論解)

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{\sigma_0}{E} x \\ v(x, y) &= -\nu \frac{\sigma_0}{E} y \end{aligned} \right\}$$

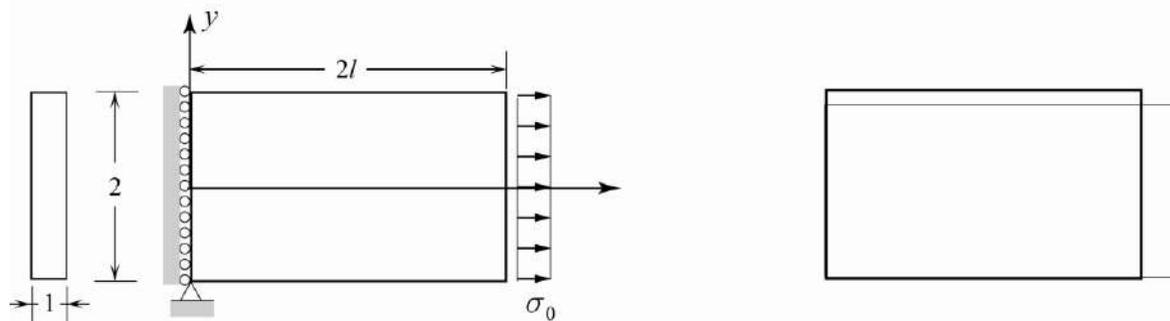
σ_0 は引張方向の単位面積あたりの分布外力,
 E と ν はそれぞれYoung率とPoisson比

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{M}{EI} xy \\ v(x, y) &= -\frac{M}{EI} (x^2 + \nu y^2) \end{aligned} \right\}$$

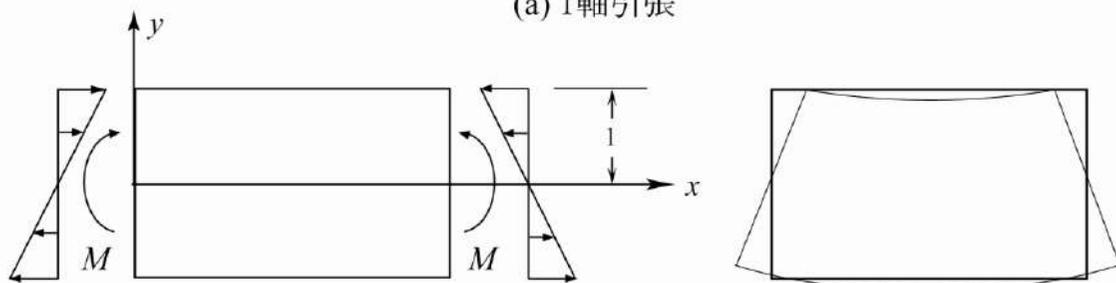
M は曲げ荷重,
 I は断面2次モーメント

$$A = -2P/h^3, B = 2Pl/h^3, C = (3/2)(P/h)$$

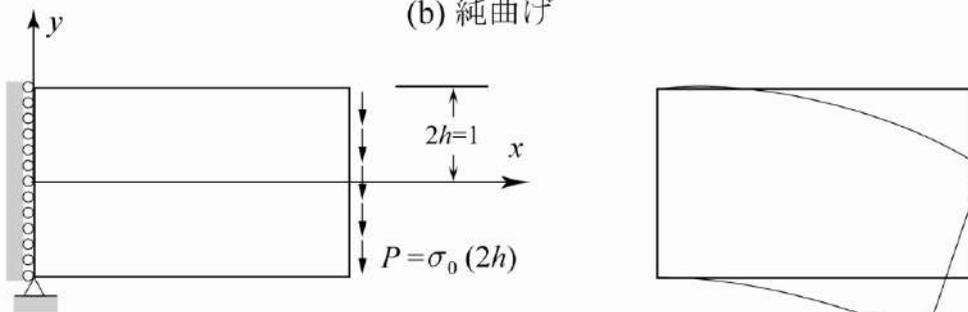
$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= \frac{1}{E} \left\{ A \left[3x^2y - (2 + \nu)y^3 \right] + 6Bxy \right\} \\ v(x, y) &= \frac{1}{E} \left\{ -A \left[x^3 + \nu xy^2 \right] - 3B \left[x^2 + \nu y^2 \right] - 2(1 + \nu)Cx \right\} \end{aligned} \right\}$$



(a) 1軸引張



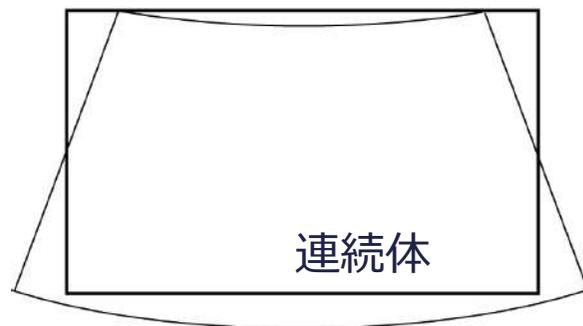
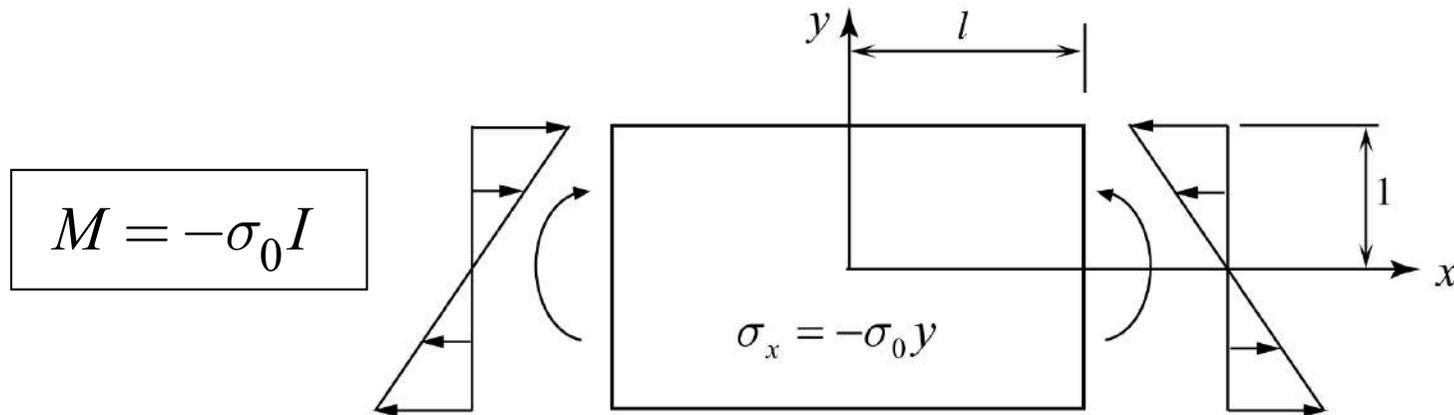
(b) 純曲げ



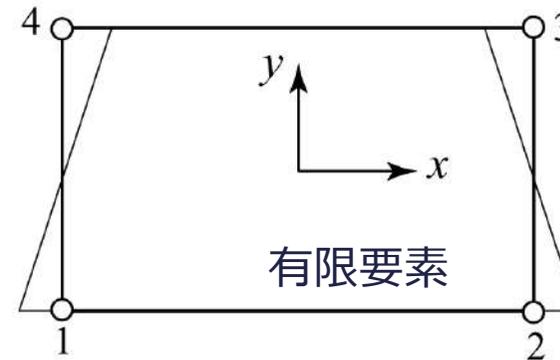
(c) せん断曲げ

連続体と四辺形要素の曲げ挙動の比較

見本



continuum element



a finite element (QUAD4)

弾性論の解：

$$\begin{cases} u = -\frac{\sigma_0}{D_{11}} xy \\ v = -\frac{\sigma_0}{2D_{11}} (l^2 - x^2) \end{cases}$$

有限要素法の
節点変位：

$$\mathbf{d}^e = \begin{Bmatrix} u_1^e & v_1^e & u_2^e & v_2^e & u_3^e & v_3^e & u_4^e & v_4^e \end{Bmatrix}^T$$

$$= \frac{\sigma_0}{D_{11}} \begin{Bmatrix} -l & 0 & l & 0 & -l & 0 & l & 0 \end{Bmatrix}^T$$

ロッキングの回避方法-II：積分操作

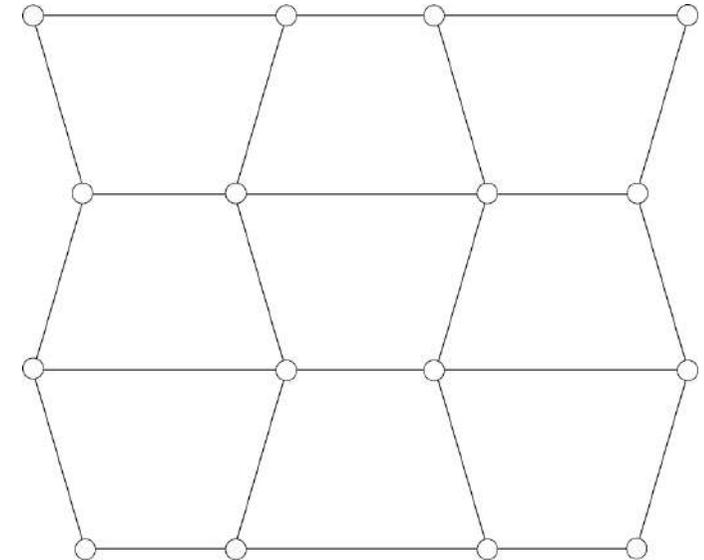
(a) 次数低減積分法

見本

	剛体回転	剛体並進1	剛体並進2	一様伸張/圧縮
固有値	0.0000	0.0000	0.0000	1.9231
理論解	0.0000	0.0000	0.0000	1.9231
QUAD4	0.0000	0.0000	0.0000	1.9231
次数低減積分	0.0000	0.0000	0.0000	1.9231
	単純せん断	単純引張/圧縮	曲げ1	曲げ2
固有値	0.7692	0.7692	0.3663	0.3663
理論解	0.7692	0.7692	0.5769	0.5769
QUAD4	0.7692	0.7692	0.0000	0.0000
次数低減積分	0.7692	0.7692	0.0000	0.0000

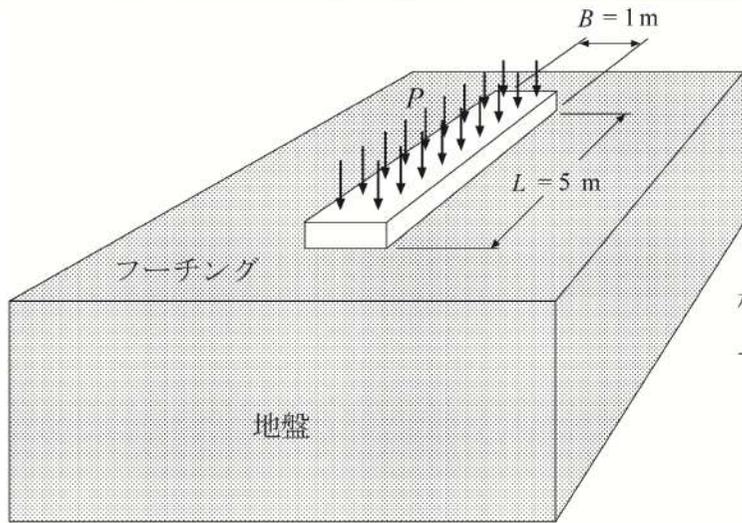
$$E = 1, \nu = 0.3$$

アワグラスモード
(ゼロエネルギーモード)



Remark: 対応して要素剛性行列のランクが2つ下がる。4節点四辺形要素の場合、自由度が8で、ランクは5であったが、この低減積分を施すとランクは3となる。このようにランクが下がることをランク落ちという。変位拘束が不足している訳ではないが、何らかの粘性を付加することで安定化するなどの手法が考案されている（アワグラス制御法と呼ばれている）。

ロッキングに関するFEM実習3：塑性非圧縮性への対策



材料特性

- 地盤：von Mises完全塑性

$$E = 10^7 \text{ kPa}$$

$$\nu = 0.48$$

$$\sigma_y = 848.7 \text{ kPa} \quad (\tau_y = 490 \text{ kPa})$$

極限荷重の理論解： $P_{\text{lim}} = (2 + \pi)e \approx 5.14c \approx 2.97\sigma_y$
 (Prandtl&Hill, 1950) $(c = \sigma_y / \sqrt{3})$

見本

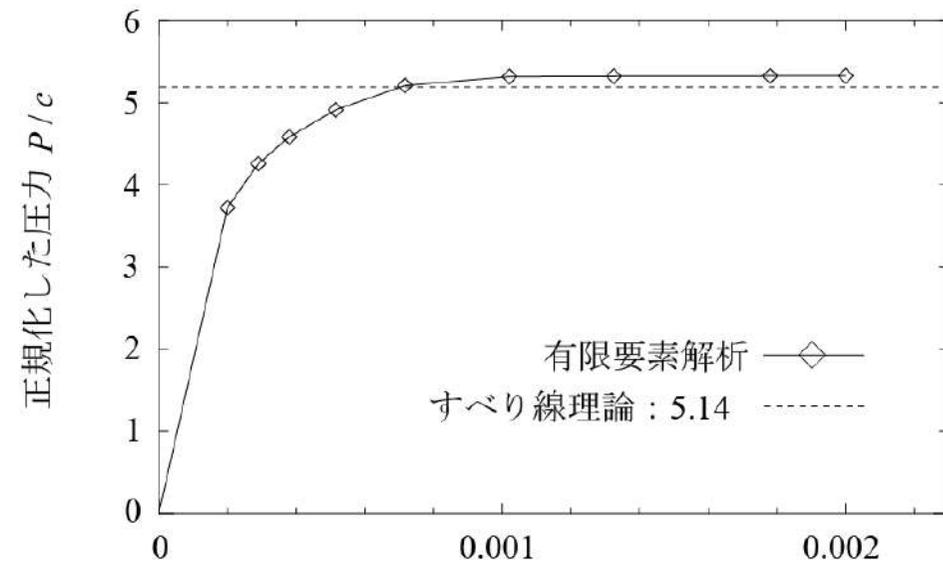
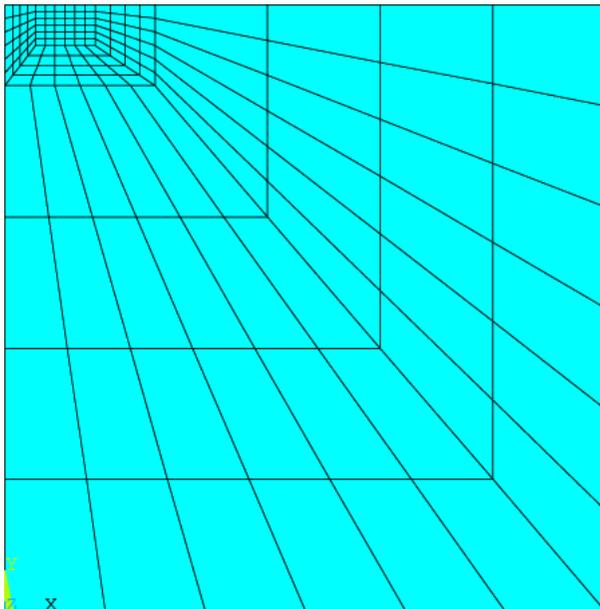
実習：

03¥mesh-Z_footing_PLANE183.txt

03¥mesh-Z_footing_PLANE182.txt

03¥mesh-Z_footing_PLANE42-QM6.txt

03¥mesh-Z_footing_PLANE42-QUAD4.txt



正規化した沈下量 u/B