サンプルテキスト

CAEのための振動工学基礎I

～1自由度系の振動と減衰・音響基礎～

サイバネットシステム株式会社

CYBERNET

CAE UNIVERSITY

サンプルテキストについて

- 各講師が「講義の内容が伝わりやすいページ」を選びました。
- テキストのページは必ずしも連続していません。 一部を抜粋しています。
- テキストの複写・複製・無断転載・転用は固く禁じます。

本講座の目的

①ばね-質点系の振動と減衰の基礎
②振動を低減するための基礎
③音響の基礎
を説明していきます．

・振動現象を特徴付ける重要な振動特性は固有振動数，モード減衰比，振動モードの３つで，モード特性と呼びます．

固有振動数：慣性 ＋ 復元力が打ち消しあい，外力に対する動剛性がゼロになる振動数．共振と関係する．

モード減衰比：固有振動数での振動の大きさを支配する量．

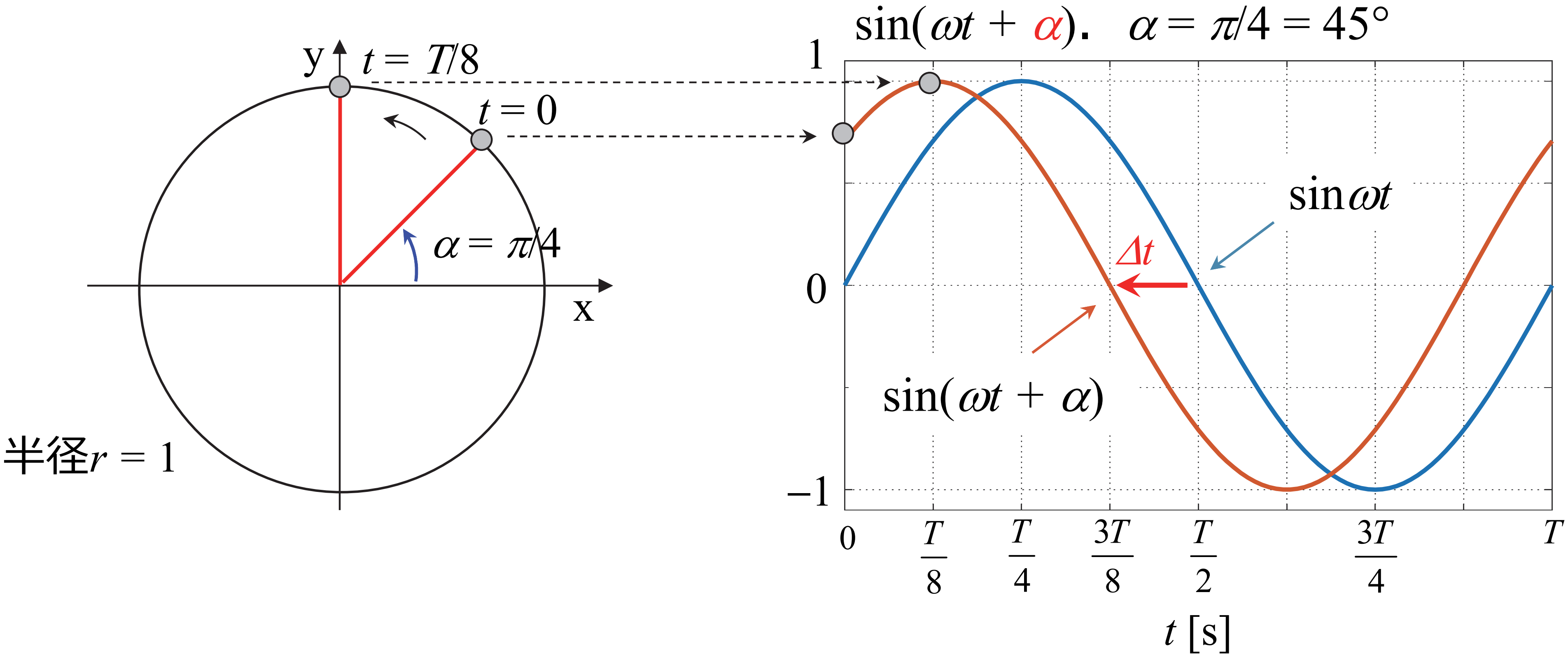
振動モード：固有振動数で振動しやすい変形，言い換えると動剛性がゼロの変形（方向）を表す．振動モード同士は直交性を有する．

・本講座では固有振動数と減衰比について説明します．
振動モードは「2自由度系の振動とモード解析」の中で説明します．

・多自由度ばね-質点系の振動は，複数の1自由度系の振動の和で表現できます．
そのため，本講座で説明する1自由度系の振動低減の考え方が適用できます．

・本講座では振動の低減方法として有効な固有振動数の変更，減衰の付加，および音響の基礎（＝連続体の基礎．反射がないと共振しない）について説明していきます．

位相α [rad]：時間のずれを表現可能

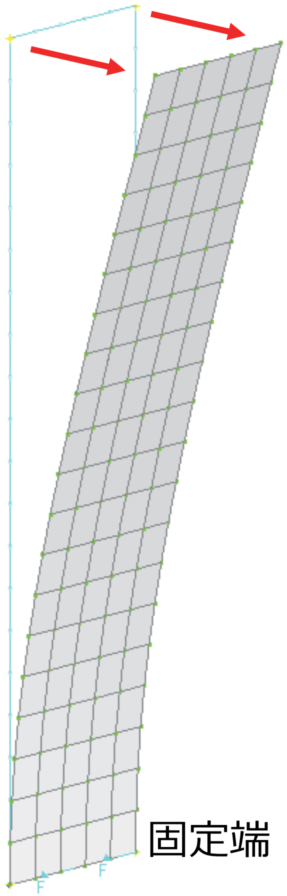


- 回転する点の $t = 0$ の位置（角度）を初期位相，または位相と呼び，記号α [rad]で表します．
- $\alpha = \pi/4$[rad] = 45° としたときの $\sin(\omega t + \alpha)$ を赤線で示します．青線は$\sin\omega t$.
- $\alpha > 0$のとき$\sin(\omega t + \alpha)$は$\sin\omega t$よりもΔt秒進んだ波形になり，Δt秒進んだ波形，またはα [rad] 進んだ波形と呼びます．
- αとΔtの関係は，$\alpha = 2\pi$のとき$\Delta t = T$になるので $\Delta t = \dfrac{\alpha}{2\pi} \times T = \dfrac{\alpha}{\omega}$

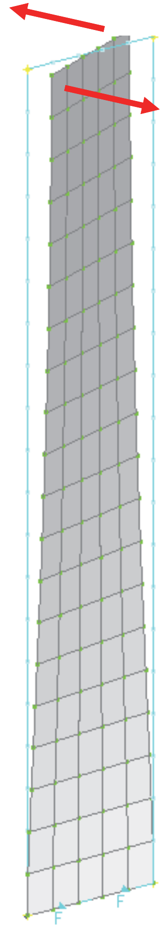
位相を使う場面（補足）：振動モードを簡易的に把握する.

・例えば

$|X_1/F| \fallingdotseq |X_2/F|$とする



$\alpha_1 = \alpha_2$のとき
Point 1, 2が同じ方向に動く
＝曲げモード



位相差$\alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$のとき
Point 1, 2が逆方向に動く
＝ねじりモード

位相差$\alpha_1 - \alpha_2$を観察すれば，振動モード(変形形状)を簡易的に把握できます.
実験の途中でよく利用します．次のページに実例あり.

補足：周波数応答，周波数応答関数，伝達関数

言葉の説明：周波数依存性（ωが変わると値が変わる）を持つ$X(\omega)$を変位の周波数応答や単に応答と呼びます．また出力/入力を周波数応答関数，伝達関数と呼びます．

周波数応答
Frequency Response

$$X(\omega)=\frac{1}{\left(k-\omega^2 m\right)}F(\omega)$$

周波数応答関数，伝達関数
Frequency Response Function : FRF

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)}=\frac{1}{\left(k-\omega^2 m\right)}$$

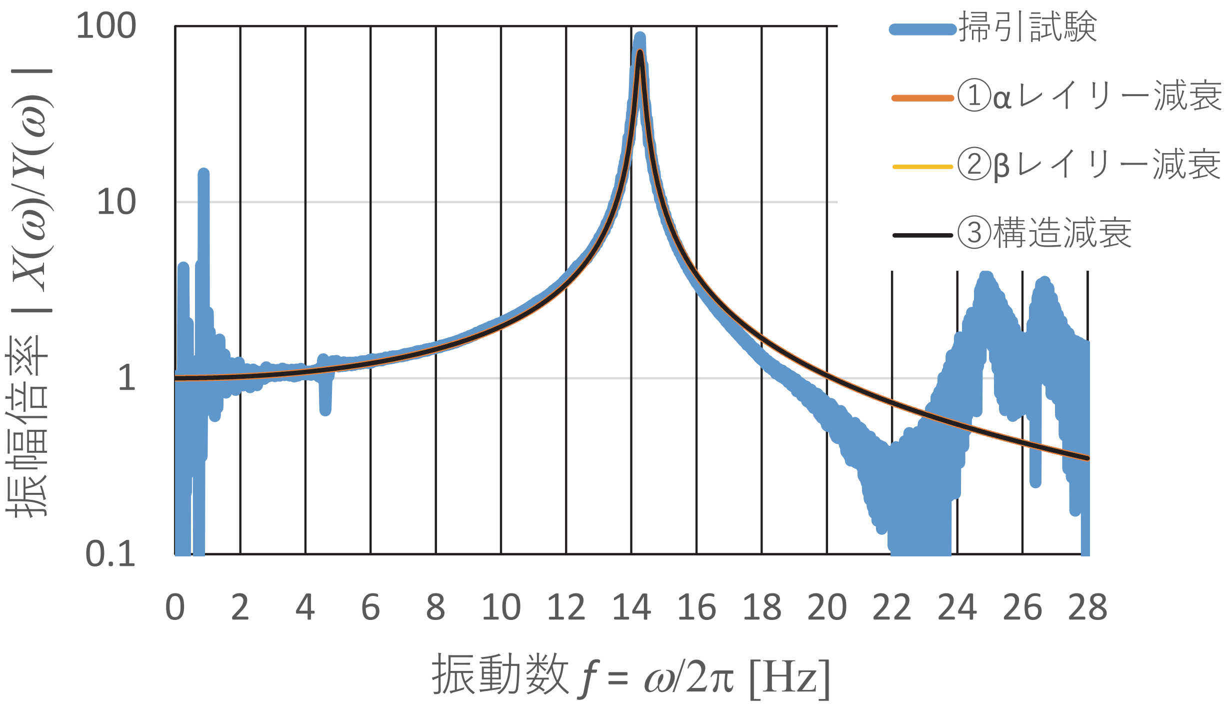
$$F(\omega) \qquad \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \qquad X(\omega)$$

・応答$X(\omega)$を下げるにはFRFを下げる，または$F(\omega)$を下げることが必用．

同定した係数をモデルへ入力した例

- 実験で測定した $|X(\omega)/Y(\omega)|$ と①αレイリー減衰，②βレイリー減衰，③構造減衰モデルで求めた $|X/Y|$ の比較結果は下の図の通り．ただし $m = 0.514$ kg，$k = m\omega_n^2 = 4.13\times10^3$ N/m，$\omega_n = 14.2656$ Hz，$\zeta = 7\times10^{-3}$とした．

 → 各減衰モデルは現時点では同じ精度．



① $\alpha = 2\omega_n\zeta = 1.2549$

② $\beta = \dfrac{2\zeta}{\omega_n} = 1.6\times10^{-4}$

③ $\eta = 2\zeta = 1.4\times10^{-2}$

$$\frac{X(\omega)}{Y(\omega)} = \frac{k + j\omega c}{(k + j\omega c - \omega^2 m)} = \frac{\omega_n^2 + j2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}$$

$$\left|\frac{X(\omega_n)}{Y(\omega_n)}\right| = \frac{\sqrt{1+4\zeta^2}}{2\zeta} \cong \frac{1}{2\zeta}$$