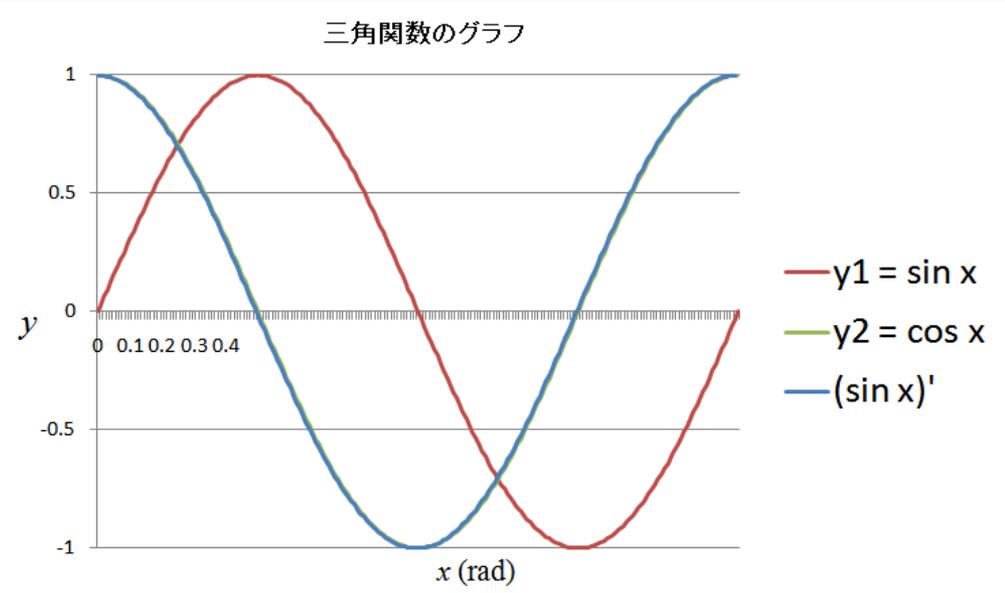


# 【参考】微分と差分の「可視化」

- ▶ Excelなどで簡単に確認，視覚化可能
- ▶ 「確認」と「納得」は重要

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	i	x (rad)	y1 = sin x	y2 = cos x	(y(i+1)-y(i))/Δx					
3	1	0	0	1	0.999835515					
4	2	0.01	0.031410759	0.99950656	0.998848798					
5	3	0.02	0.06279052	0.998026728	0.996876338					
6	4	0.03	0.094108313	0.995561965	0.993920081					
7	5	0.04	0.125333234	0.992114701	0.989982945					
8	6	0.05	0.156434465	0.987688341	0.985068816					
9	7	0.06								
10	8	0.07								
11	9	0.08								
12	10	0.09								
13	11	0.10								
14	12	0.11								
15	13	0.12								
16	14	0.13								
17	15	0.14								
18	16	0.15								
19	17	0.16								
20	18	0.17								
21	19	0.18								
22	20	0.19								
23	21	0.20								
24	22	0.21								
25	23	0.22								
26	24	0.23								
27	25	0.24								
28	26	0.25								
29	27	0.26								
30	28	0.27	0.75011107	0.661311865	0.649421341					



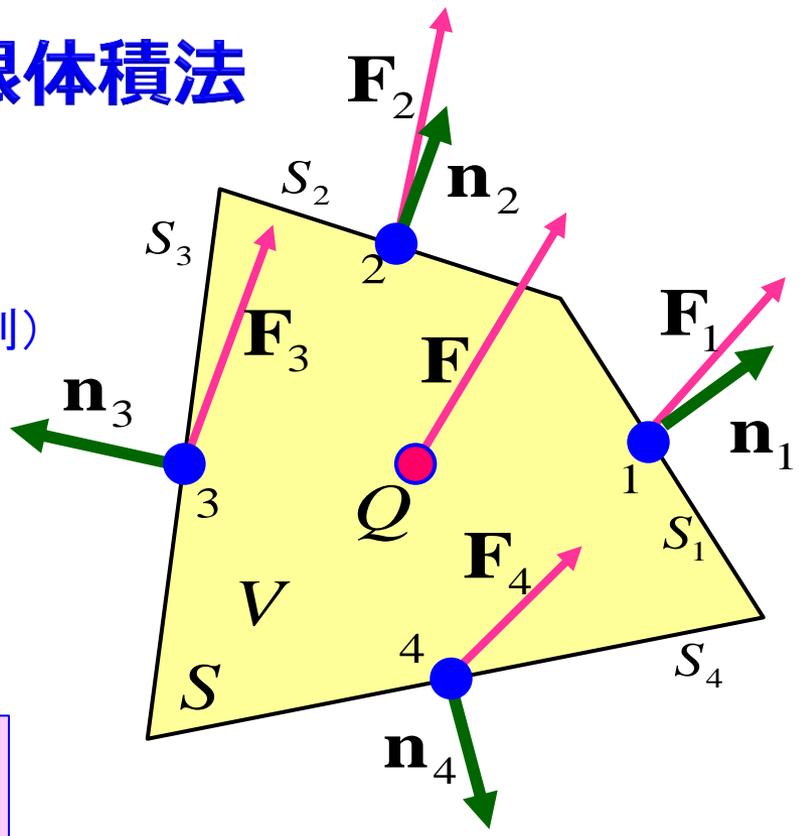
# 一般的なセル形状に対する有限体積法

$$\frac{d}{dt} \iiint_V Q dV + \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

(積分形の保存則)

領域  $V$  での  $Q$  の総和の  
時間的変化

ベクトル  $F$  の表面  $S$  を  
通しての流出  
(単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  を  
乗じた流出)



$$\frac{d}{dt} \iiint_V Q dV = \frac{dQ}{dt} \cdot V$$

本来、厳密に積分すべきだが、  
セルが小さく、領域  $V$  内部で  
 $Q$  は一定として近似

$$\begin{aligned} \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS &= \int_{S_1} \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{n}_1 dS + \int_{S_2} \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{n}_2 dS + \int_{S_3} \mathbf{F}_3 \cdot \mathbf{n}_3 dS + \int_{S_4} \mathbf{F}_4 \cdot \mathbf{n}_4 dS \\ &= \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{n}_1 S_1 + \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{n}_2 S_2 + \mathbf{F}_3 \cdot \mathbf{n}_3 S_3 + \mathbf{F}_4 \cdot \mathbf{n}_4 S_4 \end{aligned}$$

同様に、表面  $S_1 \sim S_4$  に  
おいて、 $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  が一定として近似

連続の式の場合:

$$Q = \rho, \quad \mathbf{F} = (E, F) = (\rho u, \rho v) = \rho(u, v) = \rho \mathbf{v}$$

# 非圧縮性流れの支配方程式の特徴

- ▶ Navier-Stokes方程式は、移流方程式(双曲型)と拡散方程式(放物型)の両方を含んだ移流拡散方程式に近い形

Navier-Stokes方程式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} + \mathbf{K}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = 0$$

(非線形)移流方程式

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v}$$

拡散方程式

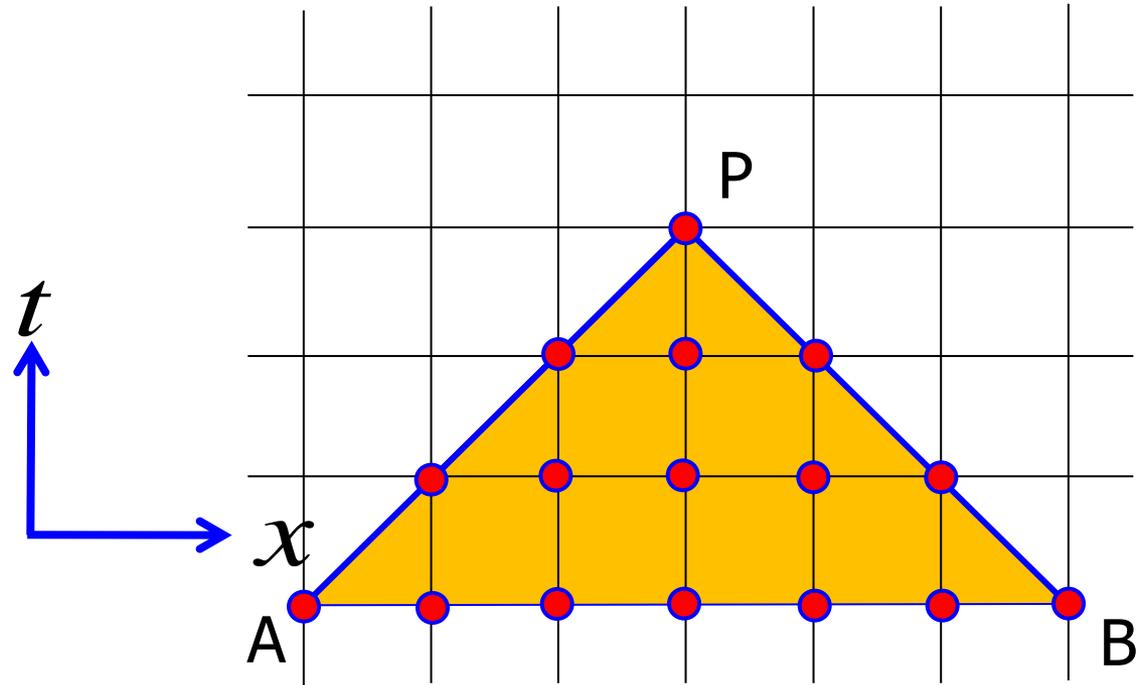
# 差分格子（計算格子）では…

～陽解法～

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

$$u_i^{n+1} = F(u_{i+1}^n, u_i^n, u_{i-1}^n)$$

添字nでのuの値が既知なら、n+1の値がすぐに求まる



影響領域

- ある点での値は1つ前のステップにおける近隣の値の影響しか取り込んでいない

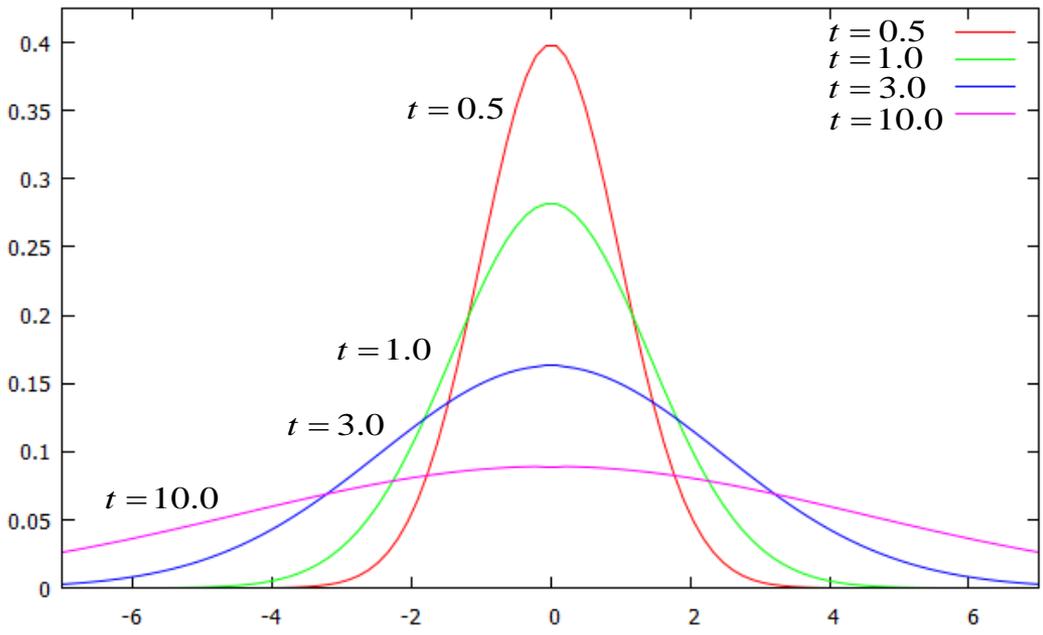
有限の影響領域の影響のみ

# 物理現象との対応

$\mu$  : 平均(期待値)

$\sigma^2$  : 分散

▶ 正規分布の一般形  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$



$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} e^{-\frac{x^2}{4t}}$$

では,

$$\mu = 0$$

$$\sigma^2 = 2t$$

$$\int_{x=-\infty}^{x=\infty} f(x) dx = 1$$

- $t$  が大きいほど分散が大きい
- $|x|$  が大きいほど値は小さい

# 非圧縮性と圧縮性

- ▶ 剛体と連続体
  - 自動車列と列車
  - 渋滞の発生
- ▶ 剛体では影響は瞬時に全域に伝わる
  - 長い剛体の棒の一端を押すと、押した分だけ直ちにもう一端が移動
- ▶ 教室での音とカミナリの音
  - 空間スケールによる圧縮性効果の顕在化

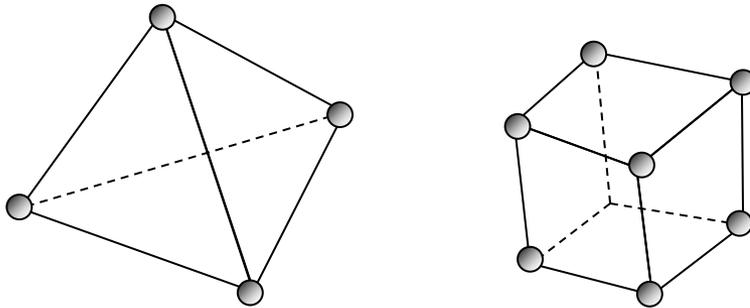
# 非圧縮流れの仮定と影響領域，圧力の取扱い

- ▶ **非圧縮**とは，本来は「流体が(まったく)縮まない」こと
- ▶ 圧縮性流れでは，圧力は「**音速**」で伝播
- ▶ 非圧縮性流れは，**圧力が「無限大の速度」**で伝播すると近似していい場合と考えられる
  - 流速が音速に比べて十分小さいならば，**音速を無限大の速度と近似することが可能**
- ▶ 上の仮定が許される場合に「非圧縮性流れ」とみなして計算可能
- ▶ **影響領域が無限なので，圧力は必ず陰的に扱う必要**

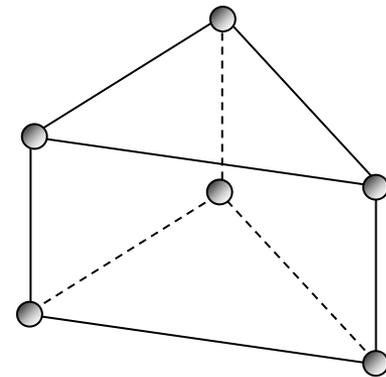
# 非構造格子

## ～セル形状の自由度～

- ▶ 非構造格子を用いる場合には、使用する要素の形状の選択には自由度がある
  - ▶ 3次元解析では四面体セル，六面体セル
- ▶ 四面体セルを用いた場合，境界層近くの領域でのセル数を抑えるために，物体の境界層内部の領域に**プリズムセル**（三角柱など）を用いて外部の四面体セルに接続させることも



四面体セルと六面体セル



プリズムセル