サンプルテキスト

CFD原理講座

サイバネットシステム株式会社

CYBERNET

CAE UNIVERSITY

サンプルテキストについて

- 各講師が「講義の内容が伝わりやすいページ」を選びました。
- テキストのページは必ずしも連続していません。 一部を抜粋しています。
- テキストの複写・複製・無断転載・転用は固く禁じます。

© 2024 CYBERNET SYSTEMS CO., LTD. All Rights Reserved.

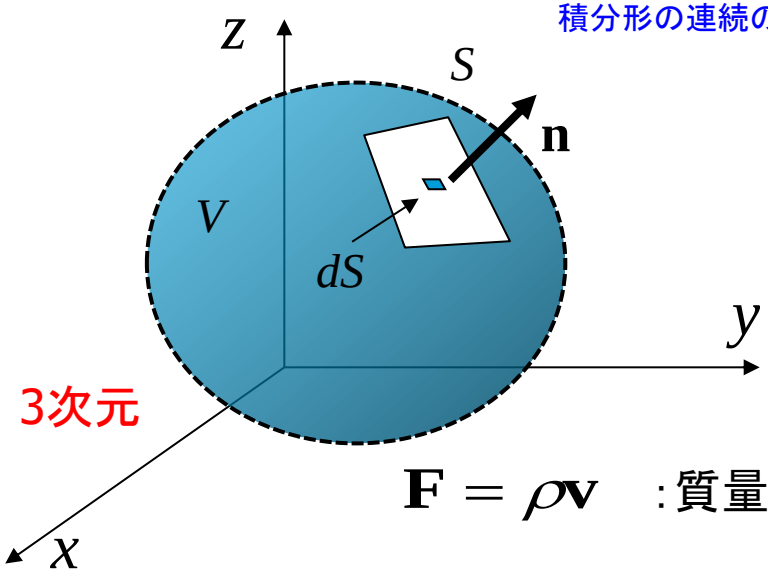
＜複写厳禁＞
見本

有限体積法

- 有限体積法では，積分形の流れの方程式を基礎として，保存則を計算し，セル境界の流入出と内部での発生・消滅で表現
- 具体的には，あるコントロールボリューム（CV，検査体積）を考えて，CVにおける物理量の保存（収支）を定式化
- 連続の式の導出時に導入した「流体の占める空間に，空間に固定された任意の閉曲面 S によって囲まれる領域 V 」がCVとなる

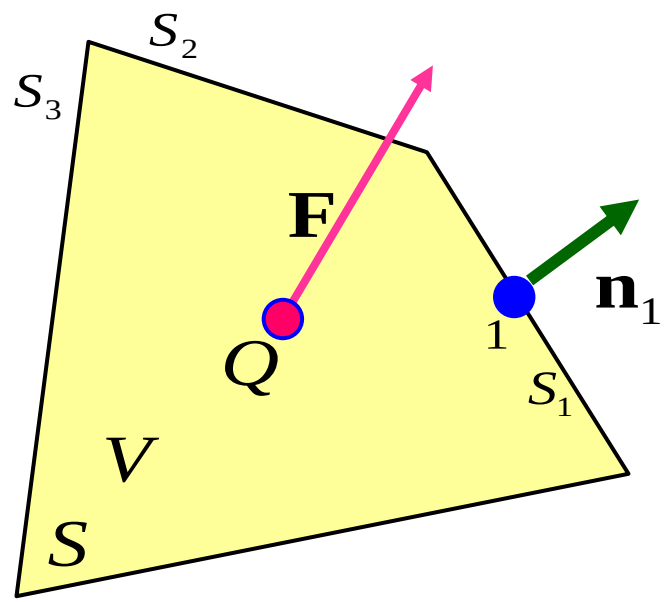
$$\frac{d}{dt}\iiint_V \rho dV = -\iint_S \rho \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}dS$$

積分形の連続の式（質量保存則）



3次元

$\mathbf{F} = \rho\mathbf{v}$ ：質量流束



2次元

＜複写厳禁＞
見本

非圧縮性流れの支配方程式の性質

- Navier–Stokes方程式は，移流方程式（双曲型）と拡散方程式（放物型）の両方を含んだ移流拡散方程式に近い形

Navier-Stokes方程式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{K}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = 0$$

（非線形）移流方程式

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{Re}\nabla^2\mathbf{v}$$

拡散方程式

＜複写厳禁＞

見本

非圧縮流れの仮定と影響領域，圧力の扱い

- 非圧縮とは，本来は「流体が（まったく）縮まない」こと

- 圧縮性流れでは，圧力は「音速」で伝播
- 非圧縮性流れは，圧力が「無限大の速度」で伝播すると近似してよい場合
  - 流速が音速に比べて十分小さいならば，事実上，音速を無限大の速度と考えられる

- CFDでは，上の仮定が許される場合に「非圧縮性流れ」とみなして計算が行われる
- 影響領域が無限なので，圧力は必ず陰的に扱う必要
  - 「陰的に処理する」＝「連立方程式を解く」
  - 計算領域全体の影響を含めることに相当
  - 「連立方程式を解く」ことの意味を考えれば理解できる

＜複写厳禁＞

見本

陰解法（Euler陰解法）

- 時間微分に関して後退差分を採用（Euler陰解法（完全陰解法））

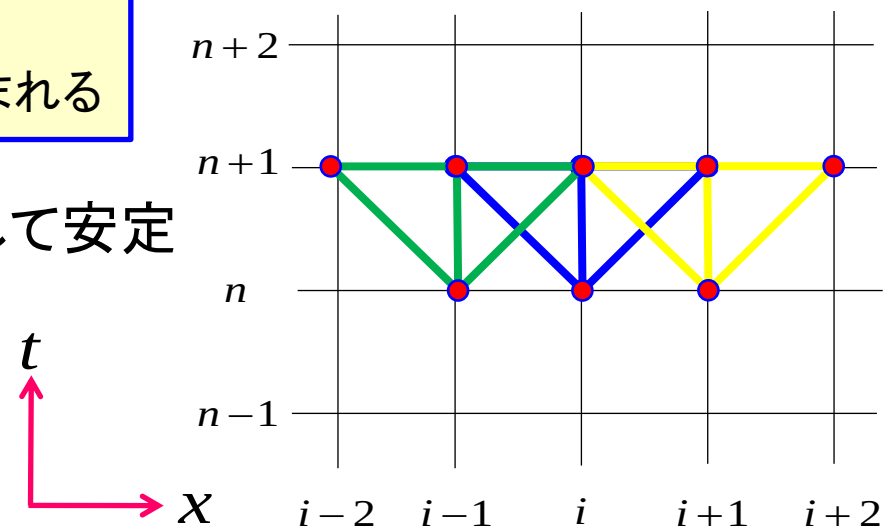
$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=\frac{u_{i+1}^{n+1}-2u_i^{n+1}+u_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}$$

- この場合，nの値から直ちにn+1の値を求めることはできない
- 連立方程式を解く必要　⇒　陰解法

そのかわり，n+1 には，
すべての n（と n+1）の影響が取り込まれる

- すべての　$r=\dfrac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$　に対して安定

$\dfrac{\partial u}{\partial t}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ では



- ただし，r を大きくしすぎると精度低下
  - 安定に計算出来ることと，正しく計算出来ることは同じではない

＜複写厳禁＞

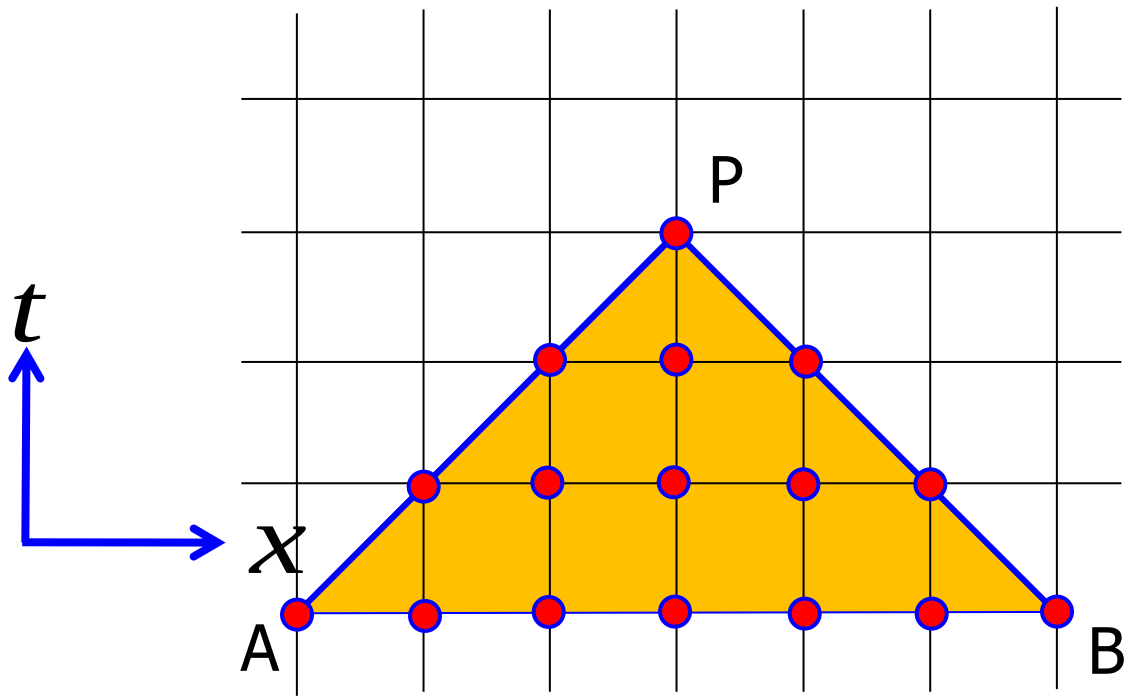
差分格子（計算格子）では…
～陽解法～

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=\frac{u_{i+1}^n-2u_i^n+u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

$$\boxed{u_i^{n+1}=F\left(u_{i+1}^n,u_i^n,u_{i-1}^n\right)}$$

添字nでのuの値が既知なら，
n+1の値がすぐに求まる

見本



影響領域

- ある点での値は1つ前のステップにおける近隣の値の影響しか取り込んでいない

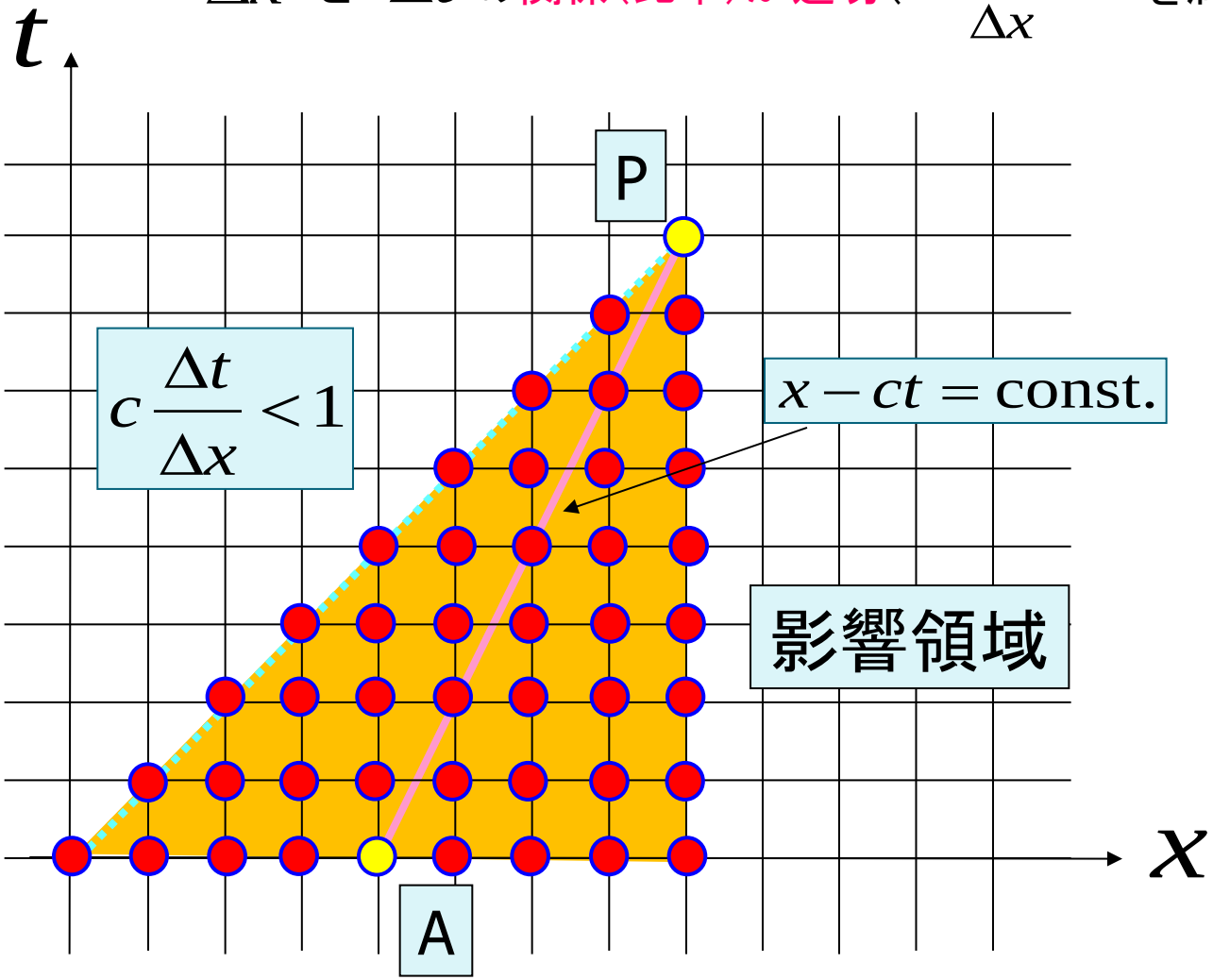
有限の影響領域の影響のみ

＜複写厳禁＞

見本

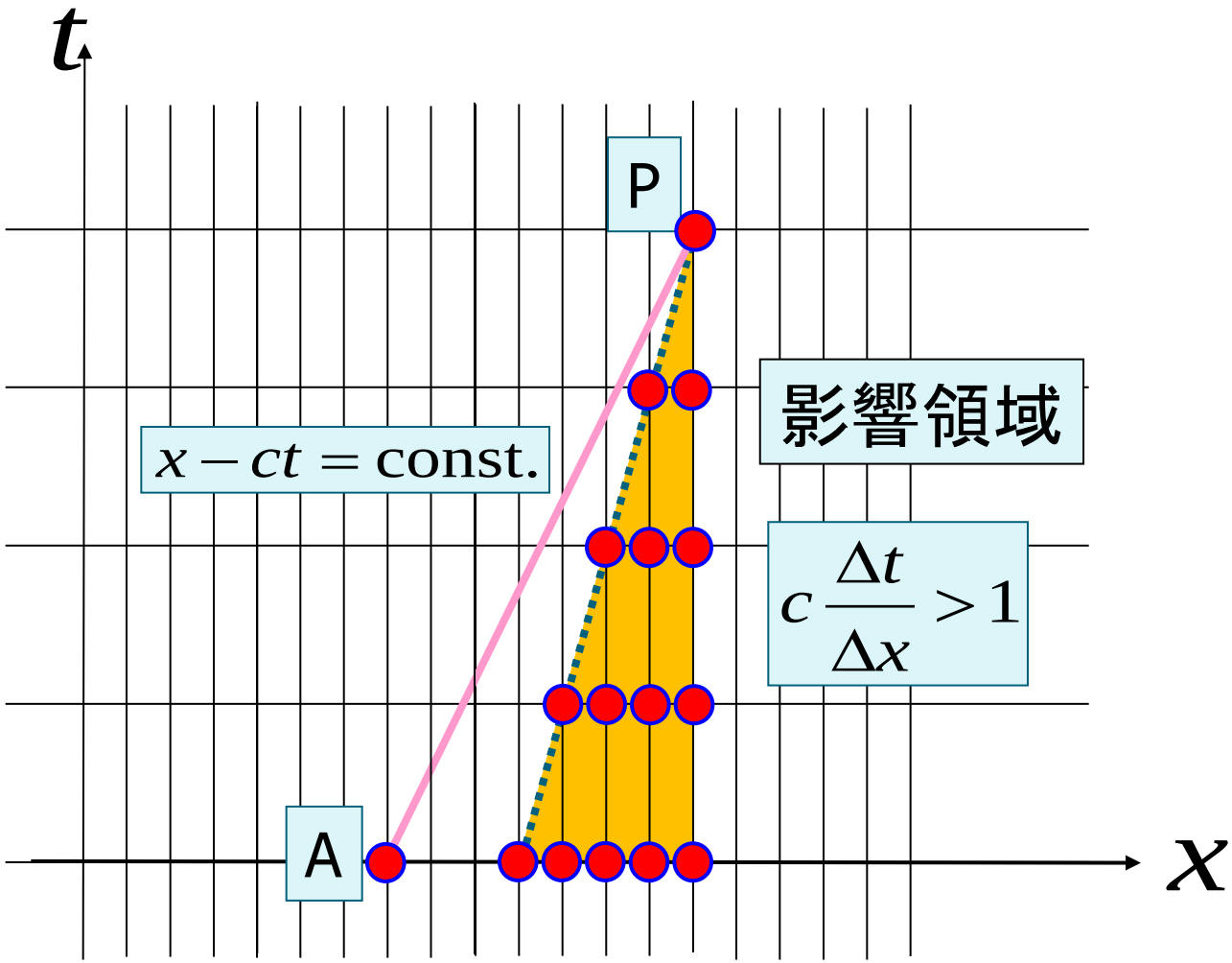
安定性の条件を満たしている場合

Δx と Δt の関係（比率）が適切（ $c\dfrac{\Delta t}{\Delta x} < 1$ を満たしている）



＜複写厳禁＞

安定性の条件を満たしていない場合

見本

Δx と Δt の関係（比率）が不適切（Δx だけ小さくしている）