

# 立体錯視の楽しみ

杉原厚吉

明治大学先端数理科学インスティテュート

〒214-8571 川崎市多摩区東三田 1-1-1

kokichis@isc.meiji.ac.jp

**概要** 不可能図形とよばれるだまし絵を立体化する新しいトリック「非直角のトリック」を紹介し、このトリックを使って生み出すことのできる不可能立体や不可能モーションなどの立体錯視現象がビジュアライゼーションやエンタテインメントにどのような可能性をもたらすかを考える。

## 1. はじめに

線画からそこに描かれている立体の構造を自動抽出するためのロバストなアルゴリズムを開発する研究の中で、不可能図形とよばれるだまし絵の中に、実際に立体として作れるものがあることを発見した (Sugihara, 1982, 1986)。これは、つながっているように見えるところに奥行き方向のギャップを設けたり、平面に見えるところに曲面を使ったりする従来から知られたトリックとは異なるものである。すなわち、新しい方法では、つながっているように見えるところはつながったまま作り、平面に見えるところは平面のまま作っても、だまし絵が立体化される。この新しい技術は、典型的には、直角に見えるところに直角以外の角度を使うと説明できるので、「非直角のトリック」と名付けている。

このトリックを利用すると、目の前の立体を見ているにもかかわらず、そんな立体はあり得ないと感じたり、目の前の物理現象を見ているにもかかわらず、そんな動きはあり得ないと感じたりする新しい立体錯視を作り出すことができる。

この錯視現象を、このようなトリックを発見した経緯とともに紹介し、これがビジュアライゼーションやエンタテインメントにもたらす新しい可能性について考えてみたい。

## 2. 線画からの立体抽出

1枚の線画が与えられたとき、そこに描かれた立体が本当にあり得るかどうかを判定する問題を考える。線画は、2次元平面に描かれた線分の集まりなので、奥行きの情報は直接には含まれない。そこから奥行きを取り出すためには、描かれた対象に関していくつかの条件を仮定し、その仮定のもとでもっともらしい解釈を探さなければならない。以下では、平面だけで囲まれた厚みのある立体(多面体とよばれる)を一般の視点位置

から描いたという仮定で考える。

線画解釈の第一歩は、絵の中の線が、立体の尾根、谷、輪郭のどれに相当するかを推測することである。このための方法は、人工知能の分野で古くから研究されており、頂点辞書とよばれるデータベースを利用する方法が最も成功している (Clowes 1971, Huffmann 1971)。この方法では、絵の中の線をその意味に従って分類し、ラベルをつけたとき、頂点のまわりでどのようなラベルの組合せが許されるかをあらかじめ数え上げて表にする。これが頂点辞書である。そして、線画が与えられると、頂点辞書に反しないラベルの付け方を探索し、見つからなければその絵は間違っていると判定できる。一方、頂点辞書に反しないラベルが見つかる場合は、あくまでも立体としての解釈の候補が得られたにすぎない。それが正しい解釈かどうかはさらに調べなければならない。

ラベルのついた絵を投影図にもつ立体は、その立体の頂点座標と、面の平面方程式の係数を未知数とする線形連立方程式・不等式の解集合として特徴づけることができる。したがって、この連立方程式・不等式が解をもつか否かによって、絵が正しいか否かを識別することができる。線形方程式・不等式が解をもつか否かの判定法は、線形計画法の分野で確立しているから、それを利用できる。このようにして、絵が正しく多面体を表しているか否かを判定する問題は、数学的に厳密に解けた。

しかし、この方法は、数学的には厳密であるが、実用的ではない。なぜなら、頂点位置に誤差が含まれると、この連立方程式・不等式は解をもたなくなってしまうことがあり、人間にとっては立体を読み取れる絵であっても、間違っていると判定してしまうからである。ほしいのは、少しぐらいの誤差は、人間と同じように許容して、立体を読み取ることのできる計算法である。

この数学的方法の誤差に対する過敏さは、連立方程式が冗長なためである。実用的な判定法を作るためには、冗長な方程式を取り除かなければならない。私たちはこれを効率よく行う方法を開発することができ、その結果、人と同じように柔軟に絵から立体を抽出する方法を確立することができた (Sugihara, 1986)。

### 3. だまし絵の立体化

前節で述べた絵の解釈方法を「不可能図形」とよばれるだまし絵に適用したところ、そのような投影図をもつ立体が実際に作れる場合があることがわかってきた。すなわち「不可能図形」とよばれているにもかかわらず、立体化が可能な絵が存在する。そのようなだまし絵とそれから抽出された立体の例を図 1, 2, 3 に示した。いずれの図も、(a) はだまし絵、(b) はだまし絵を投影図にもつ立体、(c) はその立体を別の角度から撮影したものである。それらの立体は、コンピュータが抽出した立体から展開図を作り、それを使って紙工作で作ったものである。

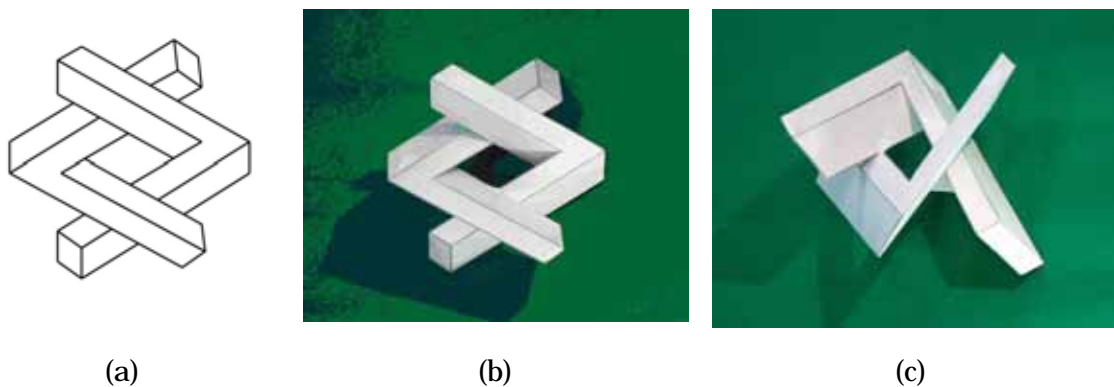


図1 . だまし絵「二つのL」とその立体化 .

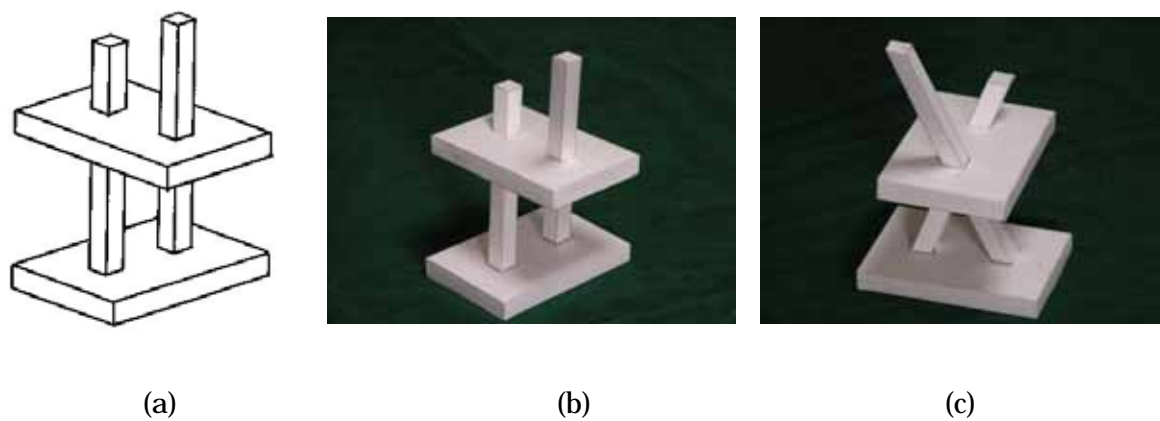


図2 . だまし絵「冗談の好きな柱」とその立体化 .

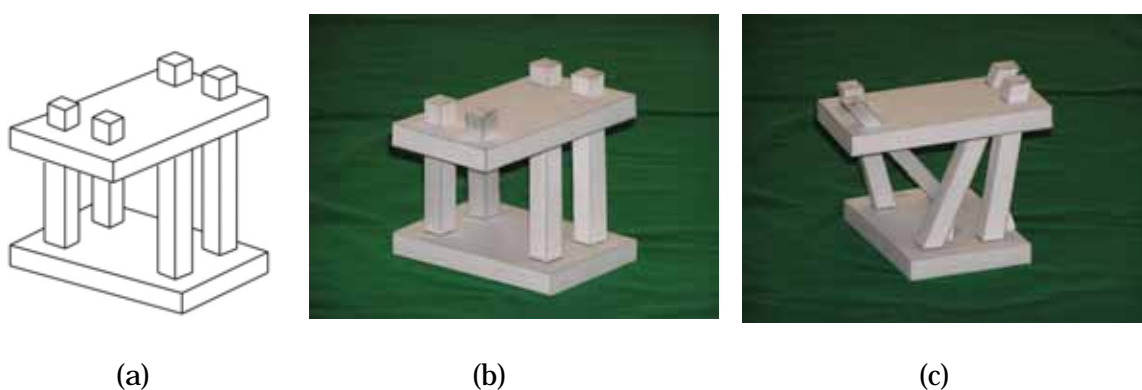


図3 . だまし絵「4本柱の戯れ」とその立体化 .

これらの立体を見ると、目の前に存在する立体を見ているにもかかわらず、そんな立体はあり得ないという感じをもつ。これは新しい立体錯視現象である。このような立体を、「不可能立体」と名付けた。

このように立体として作れるのに、人はなぜ絵を見たとき、「不可能」であると感じるのであろうか。この疑問に対する私の現在の回答は次のとおりである。人はこれらのだまし絵を見たとき、面と面が直角に接続されてできた立体を思い浮かべる傾向が強い。実際、面を直角に接続したのではそのような立体は作れない。だから人は作れそうにないと感じるのであろう。一方、コンピュータで連立方程式・不等式の解を探すときには、面同士の交角については凹か凸かの区別以外に制約はない。自由な角度で面を組み合わせるとい前提で立体を探す。その結果、人がより広い範囲で立体を探すことができ、人にとっては作れそうにないと感じる絵からも、立体を抽出することができる。

#### 4. 不可能モーシヨンの錯視

不可能立体の一部に動きを加えることによって、見る人にあり得ない物理現象が生じているという印象を与えることができる。その例を図4に示す。

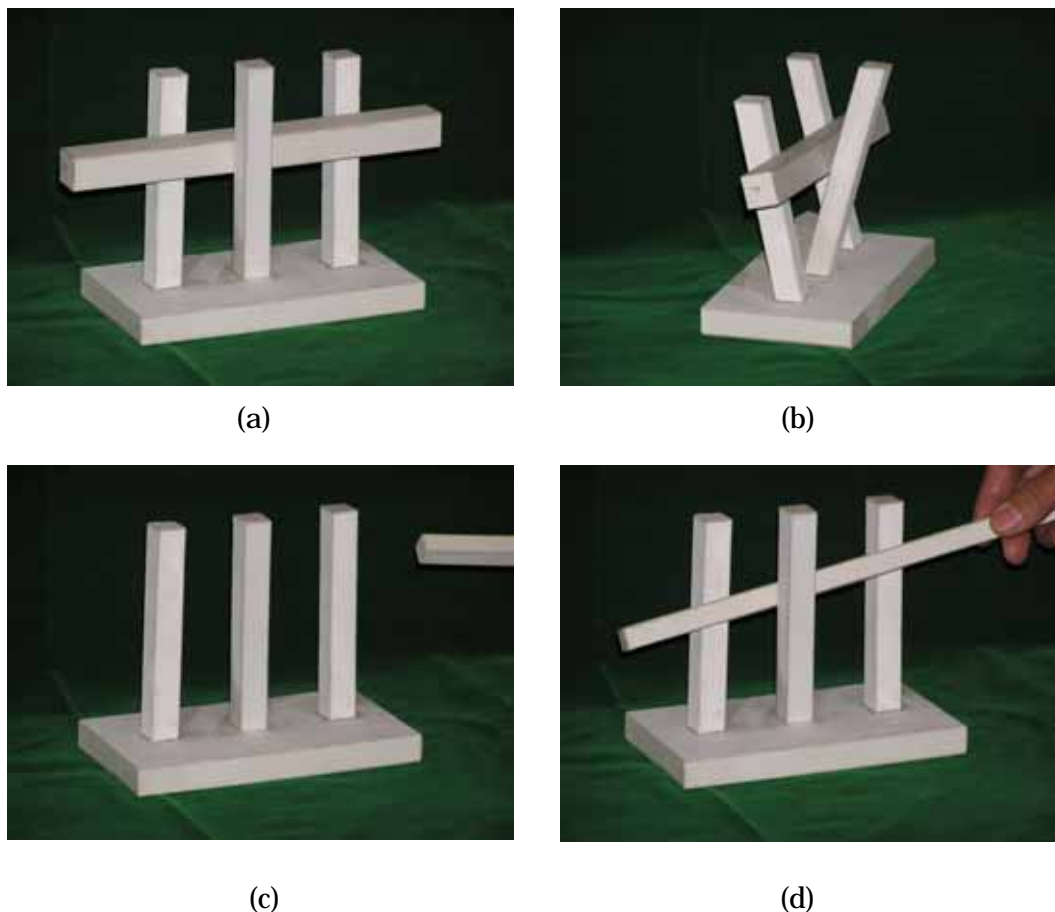


図4 . 不可能立体のモーシヨン化

この図の(a)は不可能立体で、実際の形は(b)に示すとおりである。この立体から横棒を取り除くと(c)に示す状況が得られる。この場合は、台の上に3本の垂直な柱が立っ

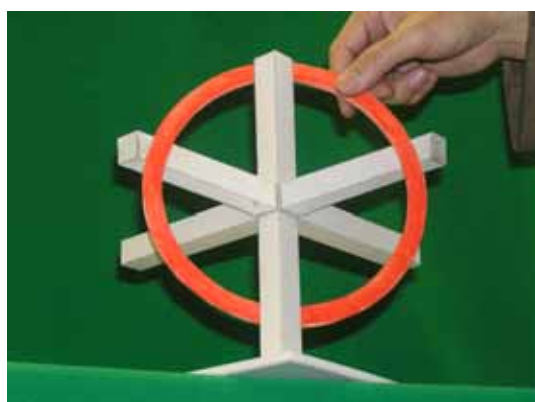
ているとすなおに解釈できる立体となる。そこに取り除いた横棒を差し込むと、あり得ない動きが生じているという錯覚が生じる。このようにして、立体自体は普通のものに見えるのに、動きを加えるとあり得ない現象が生じるように見える新しいタイプの錯視現象を生成できる。この錯視を「不可能モーション」と名付けた。

不可能モーションの錯視は、不可能立体の錯視より効果は強い。不可能立体の場合は、はじめから矛盾を含んだように見えるため、人は疑問を持ちながら眺める。一方、不可能モーションをもたらす立体は、モーションを加える前はすなおな立体に見えるため、何の疑問ももたないで、すなおな立体の形を認識し、それを信じてしまう。そこに動きが加わると、あり得ないことが起こるわけだから、驚きは強烈となる。

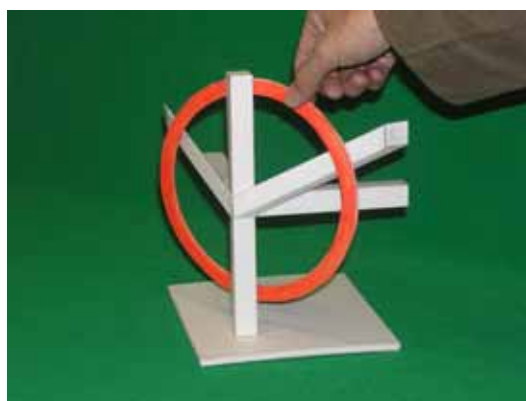
図5, 6, 7にさらにいくつかの不可能モーションの例を示す。図5は、輪があり得ない形で止まり木にからむモーション, 図6は棒があり得ない方法で窓に挿入されるモーション, 図7は、球が重力に反して斜面を登って転がるモーションである。

これらの不可能モーションは次の方法で作ることができる。一枚の絵が与えられたとき、それが正しく多面体を表していれば、その投影図をもつ立体は無限にたくさんある。人は絵を見たとき、その一つを思い浮かべる。一方、コンピュータは、連立方程式・不等式の解集合としてそれらの立体を認識する。そのため、その解集合の中から、人の知覚に反する形を選んで立体化すると、それに加えた動きがあり得ない動きに見え、不可能モーションの錯視を作ることができる。

本稿で紹介した錯視立体を、私は展開図から紙工作で作ったが、そこで使った展開図の一部は、本としても出版している(杉原 2007, 2008, 2010b)。また、これらの立体を設計する方法や考え方、およびその背景にある数学的理論などについても、幾つかの解説書を出版している(杉原 2006, 2010a)。ご興味のある方は、ご参考にしていただきたい。

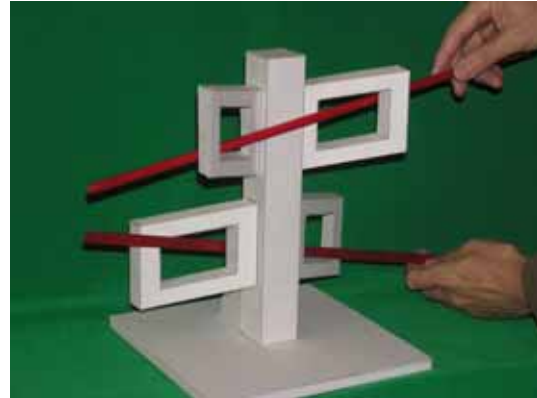
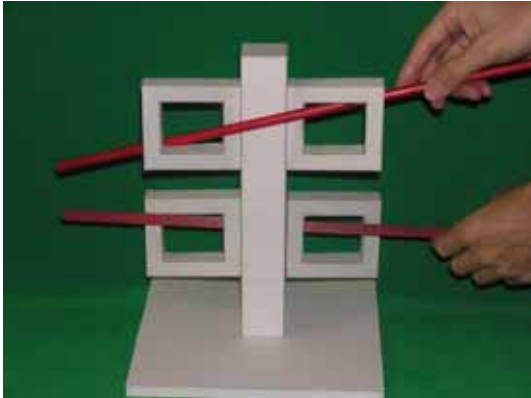


(a)



(b)

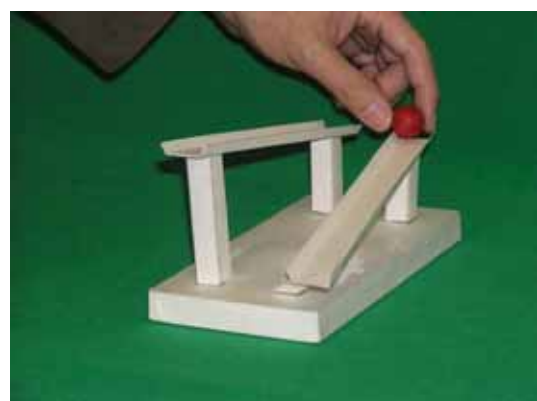
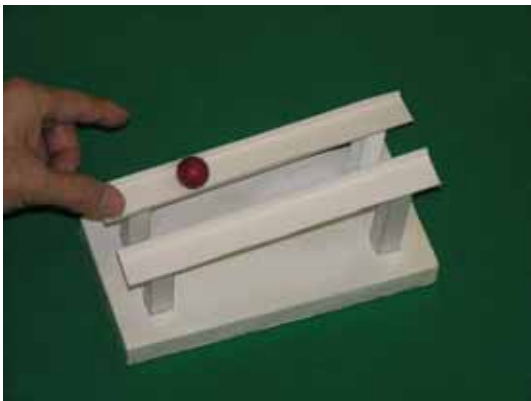
図5. 不可能モーション「止まり木と知恵の輪」.



(a)

(b)

図 6 . 不可能モーション「4つの窓と二つの棒」.



(a)

(b)

図 7 . 不可能モーション「反重力すべり台」.

## 5 . ビジュアリゼーションの新しい素材として

伝統的なビジュアリゼーション技術は、2次元の画面にさまざまな図形を提示することによって情報を伝えようとするものである。これに対して、最近では3次元表示の技術も実用に近づいている。しかし、それらの技術は、3次元表示とは言うものの、複数の2次元画面を使って、3次元の印象を作り出すものである。

これに対して、本稿で紹介した立体錯視は、実際の3次元立体を呈示するものである。実際に立体を呈示しながら、あり得ない立体であるとかあり得ない動きであるという印象を与えることができる。この意味で情報呈示の方法としては新しいものであろう。これは、ビジュアリゼーション、さらにそれを利用したエンタテインメントの新しい可能性を探る素材となるのではないであろうか。具体的な利用法については、今後考えてい

かなければならないが，考えてみる価値は十分にあると思っている．

## 参考文献

D.A. Huffman (1971): Impossible objects as nonsense sentences. in B. Meltzer and D.

Michie (eds.), Machine Intelligence 6, Edinburgh University Press, pp. 295--323, .

M.B. Clowes (1971): On seeing things. Artificial Intelligence, vol. 2, pp. 79--116.

K. Sugihara (1982): Classification of impossible objects. Perception, vol. 11, no. 1, pp. 65--74.

K. Sugihara (1986): . Machine Interpretation of Line Drawings. MIT Press, Cambridge.

杉原厚吉 (2006) : 『立体イリュージョンの数理』、共立出版、東京.

杉原厚吉 (2007) : 『へんな立体』、誠文堂新光社、東京.

杉原厚吉 (2008) : 『すごくへんな立体』、誠文堂新光社、東京.

杉原厚吉 (2010a) : 『だまし絵のトリック』、化学同人社、京都.

杉原厚吉 (2010b) : 『まさか？のへんな立体』、誠文堂新光社、東京.