

不定積分

不定積分を検出する Maple 機能が改良されました。旧バージョンの Maple では、以下のような積分の計算に対応していませんでした。特に双曲関数を伴う被積分関数については、さまざまな計算が可能になりました。以下に例を示します。

$$\int \frac{\operatorname{arcsinh}(x)}{x} dx - \frac{1}{2} \operatorname{arcsinh}(x)^2 + \operatorname{arcsinh}(x) \ln(1 - x - \sqrt{x^2 + 1}) + \operatorname{polylog}(2, x + \sqrt{x^2 + 1}) + \operatorname{arcsinh}(x) \ln(1 + x + \sqrt{x^2 + 1}) + \operatorname{polylog}(2, -x - \sqrt{x^2 + 1}) \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dx} (1.1) - \frac{\operatorname{arcsinh}(x)}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{\ln(1 - x - \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{\operatorname{arcsinh}(x) \left(-1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)}{1 - x - \sqrt{x^2 + 1}} - \frac{\left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \ln(1 - x - \sqrt{x^2 + 1})}{x + \sqrt{x^2 + 1}} + \frac{\ln(1 + x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{\operatorname{arcsinh}(x) \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)}{1 + x + \sqrt{x^2 + 1}} - \frac{\left(-1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \ln(1 + x + \sqrt{x^2 + 1})}{-x - \sqrt{x^2 + 1}} \quad (1.2)$$

$$\operatorname{radnormal}((1.2)) \frac{\operatorname{arcsinh}(x)}{x} \quad (1.3)$$

$$\int \operatorname{arccoth}(x)^3 dx \operatorname{arccoth}(x)^3 (x - 1) + 2 \operatorname{arccoth}(x)^3 - 3 \operatorname{arccoth}(x)^2 \ln \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) - 6 \operatorname{arccoth}(x) \operatorname{polylog} \left(2, \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) + 6 \operatorname{polylog} \left(3, \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) - 3 \operatorname{arccoth}(x)^2 \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) - 6 \operatorname{arccoth}(x) \operatorname{polylog} \left(2, -\frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) + 6 \operatorname{polylog} \left(3, -\frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \right) \quad (1.4)$$

$$\operatorname{radnormal} \left(\frac{d}{dx} (1.4) \right) \operatorname{arccoth}(x)^3 \quad (1.5)$$

$$\int \frac{\operatorname{arctanh}(\tanh(bx + a))^2}{x} dx \ln(x) \operatorname{arctanh}(\tanh(bx + a))^2 + b^2 x^2 \ln(x) - \frac{3}{2} b^2 x^2 - 2b \ln(x) \operatorname{arctanh}(\tanh(bx + a)) x + 2b \operatorname{arctanh}(\tanh(bx + a)) x \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{dx} \text{(1.6)}$$

$$\frac{\operatorname{arctanh}(\tanh(bx+a))^2}{x} \quad (1.7)$$

ほかにも対応可能となった被積分関数があります。

$$\int \frac{\ln((x+a)^n)^2}{(x+b)^2} dx$$

$$-\frac{\ln((x+a)^n)^2}{x+b} + \frac{2n \ln((x+a)^n) \ln(x+b)}{a-b} - \frac{2n \ln((x+a)^n) \ln(x+a)}{a-b}$$

$$-\frac{2n^2 \ln(x+b) \ln\left(\frac{x+a}{a-b}\right)}{a-b} - \frac{2n^2 \operatorname{dilog}\left(\frac{x+a}{a-b}\right)}{a-b} + \frac{n^2 \ln(x+a)^2}{a-b} \quad (1.8)$$

$$\operatorname{normal}\left(\frac{d}{dx} \text{(1.8)}\right)$$

$$\frac{\ln((x+a)^n)^2}{(x+b)^2} \quad (1.9)$$

▼ 結果のコンパクト化

冗長な `csqn` 式の項として表現されていた積分について、よりコンパクトな形式で表せるようになりました。

$$\int x \arctan(\tan(x))^3 dx$$

$$\frac{1}{2} x^2 \arctan(\tan(x))^3 - \frac{1}{2} x^3 \arctan(\tan(x))^2 + \frac{1}{4} x^4 \arctan(\tan(x)) - \frac{1}{20} x^5 \quad (1.1.1)$$

$$\frac{d}{dx} \text{(1.1.1)}$$

$$x \arctan(\tan(x))^3 \quad (1.1.2)$$

▼ 定積分

被積分関数が滑らかでない場合、従来は不定積分しか計算できませんでしたが、このバージョンの Maple では定積分の計算も可能になりました。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|x-1|^{1/3}}{x^2+1} dx$$

$$-3 \left(\sum_{_R=\operatorname{RootOf}(23328_Z^6+216_Z^3+1)} ({}_R \ln(6) + {}_R \ln(-216_R^4 - {}_R)) \right) - 3 \left(\sum_{_R=\operatorname{RootOf}(23328_Z^6+216_Z^3+1)} ({}_R \ln(6) + {}_R \ln(216_R^4 + {}_R)) \right) \quad (2.1)$$

$$\operatorname{radnormal}(\operatorname{evalc}(\operatorname{allvalues}(\text{(2.1)})))$$

$$\frac{1}{6} 2^{2/3} \pi (3 + \sqrt{3}) \quad (2.2)$$