GroupTheory パッケージに、以下の改良が加えられました。

- 完全群の新しいライブラリの追加
- 有限表現群のある数多く計算の基礎となる完全に新しい剰余類列挙子の実装
- 有限表現群の新しい Simplify コマンドの追加
- 順列群の新しい CycleIndexPolynomial コマンドの追加
- 有限表現群の新しい AbelianInvariants コマンドの追加

完全群のライブラリ

Maple に、わずかな例外を除き、次数が百万までの完全群のライブラリが追加されました。いくつかの新しいコマンドを使用することでこのライブラリにアクセスすることができます。順列群または有限表現群のいずれかとして、群をライブラリから取得することができます。

> $with(GroupTheory):$

Alt(5) :

> $G := PerfectGroup(60, 1)$

$$G := \langle (2, 3, 4), (1, 2)(4, 5) \rangle \quad (1$$

> $IsPerfect(G)$

$$\mathrm{true} \quad (2$$

> $NumPerfectGroups(1920)$

$$7 \quad (3$$

> $andmap(IsPerfect, AllPerfectGroups(1920))$

$$\mathrm{true} \quad (4$$

新しい剰余類列挙子によるロバスト性と性能の改善

有限表現群のある計算の多くは、Todd-Coxeter 法に基づく「剰余類列挙」処理を使用しています。GroupTheory パッケージのために開発された新しい剰余類列挙子は、Maple 17のときよりも高速化し、ロバスト性も強化されています。Maple 18 では、一部のコマンド (有限表現群の

Index および

PermutationGroup) が新しい剰余類列挙子を使用しており、より良い結果を得ています。

自明群：

> $G := n \rightarrow \langle \langle a, b \rangle \mid \langle a^n.b^{n+1}, a^{n+1}.b^{n+2} = 1 \rangle \rangle :$

以下は Maple 17 にとっては大きすぎました。

> $PermutationGroup(G(10000))$

$$\langle \rangle \quad (5$$

新しい Simplify コマンド

新しい Simplify コマンドに、生成作用素や定義関係子によって群の表現を簡単化できる、Tietze 変換プログラムが実装されました。

- 有限表示の複雑性を測るために、補助コマンド PresentationComplexity も導入されました。

> $G := SmallGroup(192, 22, 'form' = \text{"fpgroup"})$

$$G := \langle \_a1, \_a2, \_a3, \_a4, \_a5, \_a6, \_a7 \mid \_a6^2, \_a1^2\ \_a3^{-1}, \_a2^2\ \_a4^{-1}, \_a3^2\ \_a5^{-1}, \_a4^2\ \_a6^{-1}, \_a5^2\ \_a6^{-1}, \_a7^3, \_a3^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a3\ \_a1, \_a3^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a3\ \_a2, \_a4^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a4\ \_a2, \_a4^{-1}\ \_a3^{-1}\ \_a4\ \_a3, \_a5^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a5\ \_a1, \_a5^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a5\ \_a2, \_a5^{-1}\ \_a3^{-1}\ \_a5\ \_a3, \_a5^{-1}\ \_a4^{-1}\ \_a5\ \_a4, \_a6^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a6\ \_a1, \_a6^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a6\ \_a2, \_a6^{-1}\ \_a3^{-1}\ \_a6\ \_a3, \_a6^{-1}\ \_a4^{-1}\ \_a6\ \_a4, \_a6^{-1}\ \_a5^{-1}\ \_a6\ \_a5, \_a7^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a7\ \_a2, \_a7^{-1}\ \_a3^{-1}\ \_a7\ \_a3, \_a7^{-1}\ \_a4^{-1}\ \_a7\ \_a4, \_a7^{-1}\ \_a5^{-1}\ \_a7\ \_a5, \_a7^{-1}\ \_a6^{-1}\ \_a7\ \_a6, \_a2^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a2\ \_a1\ \_a4^{-1}, \_a4^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a4\ \_a1\ \_a6^{-1}, \_a7^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a7\ \_a1\ \_a7^{-1} \rangle \quad (6$$

> $PresentationComplexity(G)$

$$7, 28, 107 \quad (7$$

> $H := Simplify(G)$

$$H := \langle \_a1, \_a2, \_a7 \mid \_a7^3, \_a7^{-1}\ \_a2^{-1}\ \_a7\ \_a2, \_a7^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a7\ \_a1\ \_a7^{-1}, \_a1^{-2}\ \_a2^{-1}\ \_a1^2\ \_a2, \_a2^{-1}\ \_a1^{-1}\ \_a2\ \_a1\ \_a2^{-2}, \_a7^{-1}\ \_a1^{-2}\ \_a7\ \_a1^2, \_a7^{-1}\ \_a2^{-2}\ \_a7\ \_a2^2, \_a2^8, \_a2^{-2}\ \_a1^{-2}\ \_a2^2\ \_a1^2, \_a1^{-4}\ \_a2^{-1}\ \_a1^4\ \_a2, \_a2^{-2}\ \_a1^{-1}\ \_a2^2\ \_a1\ \_a2^{-4}, \_a2^{-4}\ \_a1^{-1}\ \_a2^4\ \_a1, \_a7^{-1}\ \_a1^{-4}\ \_a7\ \_a1^4, \_a7^{-1}\ \_a2^{-4}\ \_a7\ \_a2^4, \_a1^8\ \_a2^{-4}, \_a1^{-4}\ \_a2^{-2}\ \_a1^4\ \_a2^2, \_a2^{-4}\ \_a1^{-2}\ \_a2^4\ \_a1^2, \_a2^{-4}\ \_a1^{-4}\ \_a2^4\ \_a1^4 \rangle \quad (8$$

> $PresentationComplexity(H)$

$$3, 18, 154 \quad (9$$

新しい CycleIndexPolynomial コマンド

順列群の環指標多項式によって、群内の順列の周期構造を、列挙の Polya-Redfield 理論で顕著に表される多変数多項式としてエンコードします。新しい

CycleIndexPolynomial コマンドによって、有限順列群の環指標多項式が計算されます。

> $CycleIndexPolynomial(Symm(3), [x, y, z])$

$$\frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{2} y + \frac{1}{3} z \tag{10}$$

新しい AbelianInvariants コマンド

新しい AbelianInvariants コマンドによって、有限表現群のアーベル化の標準不変式を計算します。

> $G := \langle \langle a, b, c \rangle \mid \langle a^2 = b^4, a^6, c^{-1}.b.c = b^3 \rangle \rangle$

$$G := \langle a, b, c \mid a^6, a^{-2} b^4, c^{-1} b^{-1} c b^3 \rangle \tag{11}$$

> $AbelianInvariants(G)$

$$[1, [2, 2]] \tag{12}$$

参照

GroupTheory、GroupTheory[CycleIndexPolynomial]、GroupTheory[PerfectGroup]、GroupTheory[PermutationGroup]、GroupTheory[PresentationComplexity]、GroupTheory[Simplify]

Pages That Link to This Page