1　ディジタルフィルタ

1.1　ディジタルフィルタの特性

ディジタルフィルタの周波数特性は

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)} \tag{1.1}$$

のように振幅項 $|H(e^{j\omega})|$ と位相項 $e^{j\theta(\omega)}$ に分離できる。代表的なディジタルフィルタとして、振幅 $|H(\omega)|$ の特性により、低域通過 $(Low\ Pass)$、高域通過 $(High\ Pass)$、帯域通過 $(Band\ Pass)$、帯域阻止 $(Band\ Stop)$ フィルタの４つが実用上特に重要である。

ディジタルフィルタは信号を通過させる振幅１の通過域と、逆に信号を遮断する振幅零の阻止域から形成される。理想的なディジタルフィルタは通過域と阻止域のみから形成されるべきであるが、このような理想特性を実現することは不可能であり、通過域と阻止域をつなぐ遷移域を設け近似的にディジタルフィルタを実現する。

位相特性は零位相が理想であるが、物理的に困難である。よって線形位相を望ましい特性と捉えることが多い。FIR 形フィルタの場合には完全な線形位相が実現可能である。

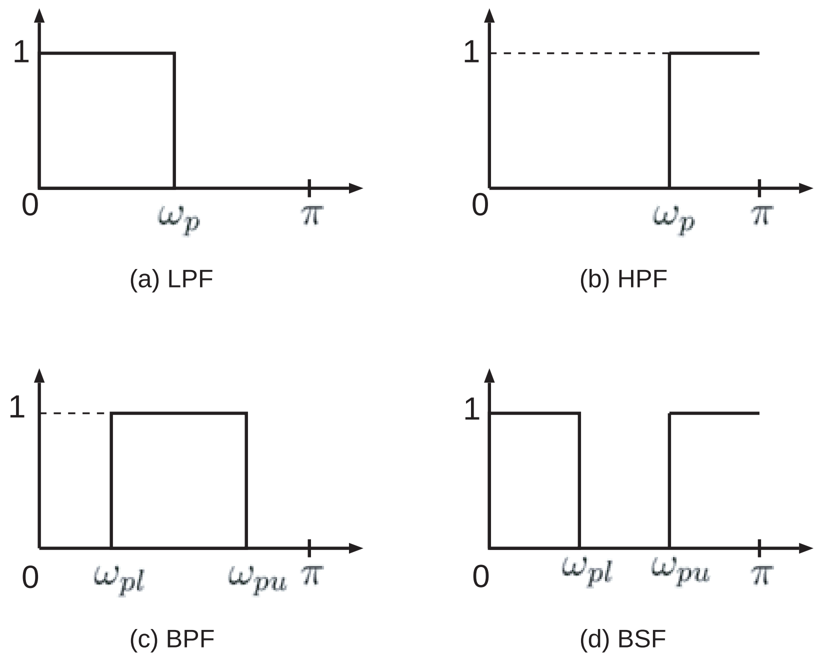

図 1.1: 代表的なディジタルフィルタ

与えられる周波数特性の仕様を近似する伝達関数を導出する過程が、一般にディジタルフィルタ設計と呼ばれる。したがってディジタルフィルタ設計は、伝達関数の係数を決定することと等しい。

1.1.1　線形位相フィルタ

フィルタ長 $N+1$ のインパルス応答列 $h(n)$ の z 変換は

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N} h(n)z^{-n} \tag{1.2}$$

と表され、ここでの次数は N である。周波数応答は、上式に $z = e^{j\omega}$ を代入すると、

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N} h(n)e^{-j\omega n} = \left|H(e^{j\omega})\right| e^{j\theta(\omega)} \tag{1.3}$$

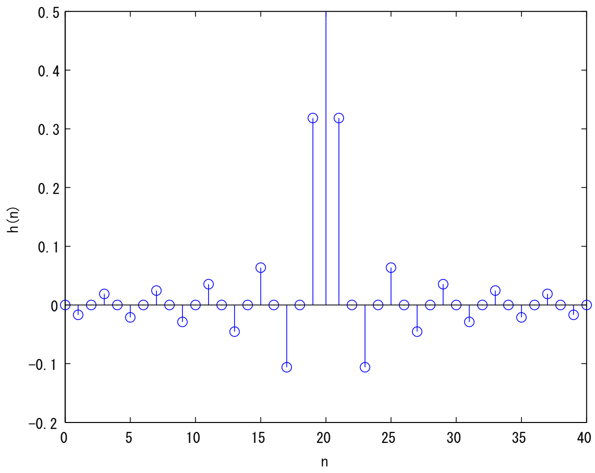

図 1.4: 理想フィルタのインパルス応答の時間シフト

firtrunc.m 実行後

```
freqz(h)
```

として得た周波数特性を図 1.5 に示す。所望の低域通過特性となっていることが分かる。

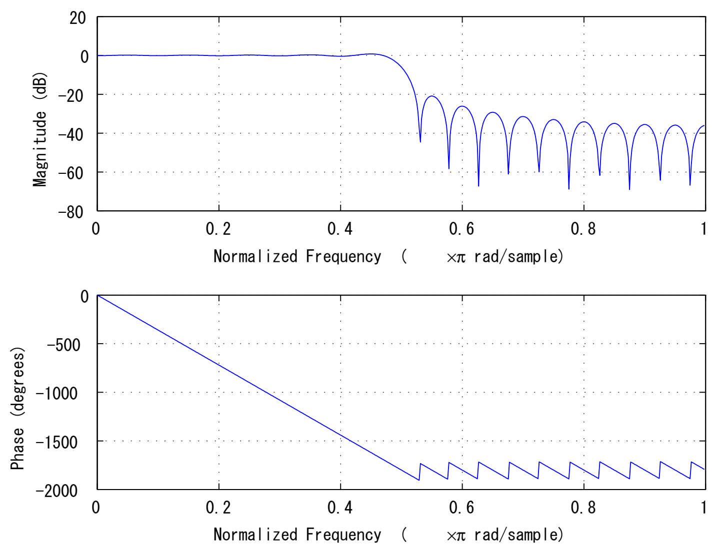

図 1.5: 理想インパルス応答の打ち切りによる周波数特性

上の例では $N = 20$ としたが、N の値による特性の変化を図 1.6 に示す。この図から分かるように、N が大きくなるにつれて遷移特性はより急峻になり、理想特性に近づくものの、通過域、阻止域端での振動が発生することが分かる。これをリップルと呼ぶ。

リップルは、不連続点に生じるフーリエ級数固有の現象である。従ってリップルは N の値には関係なく生じ、N の値が大きくなれば大きなリップルを生じる範囲が狭くなる効果を与えるだけである。このような現象を**ギブス現象**と呼んでいる。この現象を抑えるために、理想インパルス応答に窓

2　統計的信号処理

2.1　不規則信号

2.1.1　信号と雑音

信号は確定信号と不規則信号に分類される。しかし、自然界の信号には雑音が含まれることが多いことから、多くの場合には不規則信号を取り扱う信号処理が必要となる。不規則信号を取り扱う信号処理は、しばしば**統計的信号処理**と呼ばれる。

2.1.2　相関関数

確率過程

不規則信号を考える場合、それを確率的な法則に支配されながら時間変動する現象と捉えるとわかりやすくなる。この現象を**確率過程**とよぶ。確率過程は、その統計的性質が時間とともに変化しない**定常確率過程**と、時間とともに変化する**非定常確率過程**に分類できる。このうち、定常確率過程は、さらに**強定常過程**と**弱定常過程**とに分類される。強定常過程とは、確率過程の統計的性質が時間軸の原点の移動に対して独立であるものをいう。強定常過程は**狭義の定常過程**とも呼ばれる。一方、弱定常過程は、その平均値が一定、自己相関関数が、ラグのみに依存するものをいう。弱定常過程は**広義の定常過程**とも呼ばれる。一般に、強定常過程であれば、弱定常過程となる。

不規則信号を取り扱う場合、定常過程（特に弱定常過程）が考察対象としてしばしば取り上げられる。これは次の 2 つの理由による。

- 実際に多く見受けられ、比較的高い精度で近似表現が可能である。全時間区間において定常過程である必要はなく、興味が向けられる時間区間で定常過程であればよい。
- 1 次統計量および 2 次統計量を用いて、その性質をほとんど表せる。したがって、数学的取り扱いが容易である。

このような定常過程の性質により、これ以降は定常過程を前提に話を進めることにする。

確率過程の性質は**集合平均**、すなわち**期待値**によって把握できる。期待値演算子には記号 E が通常用いられる。

ある信号系列 $x(n)$ に対し、その集合平均

$$\mu = E[x(n)] \tag{2.1}$$

は、信号 $x(n)$ の平均値の真値、すなわち理論値を表す。同様にして、信号系列 $x(n)$ の自己相関関数は

$$R_{xx}(m) = E[x(n)x(n+m)] \tag{2.2}$$

で定義され、信号系列 $x(n)$ と $y(n)$ の相互相関関数は

$$R_{xy}(m) = E[x(n)y(n+m)] \tag{2.3}$$

で定義される。

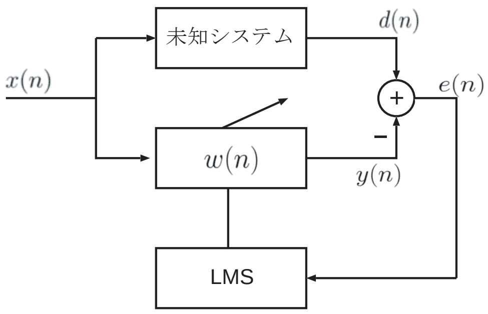

図 2.16: システム同定（無雑音の場合）

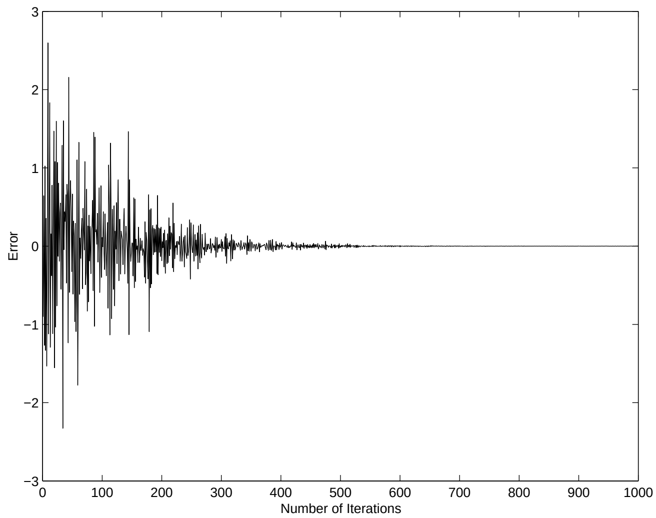

図 2.17: LMS アルゴリズムの収束例

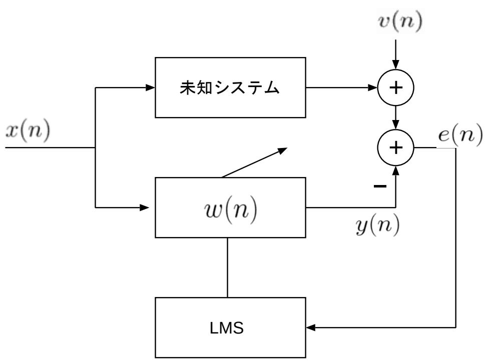

図 2.18: システム同定（雑音ありの場合）