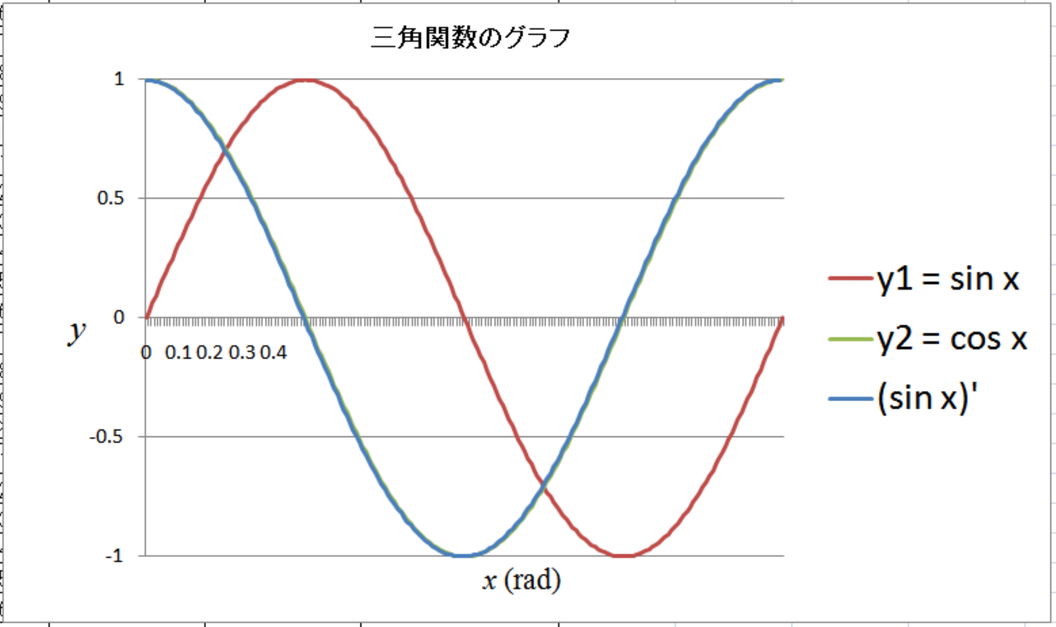
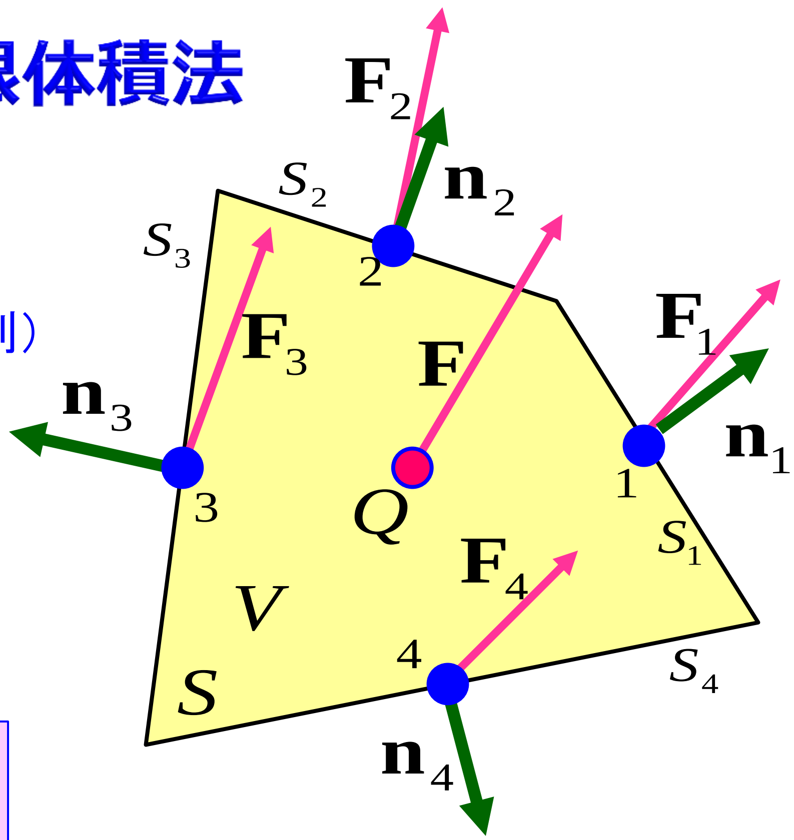
【参考】微分と差分の「可視化」

- Excelなどで簡単に確認，視覚化可能
- 「確認」と「納得」は重要

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	i	x (rad)	y1 = sin x	y2 = cos x	(y(i+1)−y(i))/Δx					
3	1	0	0	1	0.999835515					
4	2	0.01	0.031410759	0.99950656	0.998848798					
5	3	0.02	0.06279052	0.998026728	0.996876338					
6	4	0.03	0.094108313	0.995561965	0.993920081					
7	5	0.04	0.125333234	0.992114701	0.989982945					
8	6	0.05	0.156434465	0.987688341	0.985068816					
9	7	0.0								
10	8	0.0								
11	9	0.0								
12	10	0.0								
13	11	0.1								
14	12	0.1								
15	13	0.1								
16	14	0.1								
17	15	0.1								
18	16	0.1								
19	17	0.1								
20	18	0.1								
21	19	0.1								
22	20	0.1								
23	21	0.2								
24	22	0.2								
25	23	0.2								
26	24	0.2								
27	25	0.2								
28	26	0.2								
29	27	0.2								
30	28	0.27	0.75011107	0.661311865	0.649421341					



一般的なセル形状に対する有限体積法



$$\frac{d}{dt}\iiint_V Q dV + \int_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS = 0$$

（積分形の保存則）

領域 V での Q の総和の時間的変化

ベクトル F の表面 S を通しての流出（単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ を乗じた流出）

$$\frac{d}{dt}\iiint_V Q dV = \frac{dQ}{dt}\cdot V$$

本来，厳密に積分すべきだが，セルが小さく，領域 V 内部で Q は一定として近似

$$\int_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}dS = \int_{S_1}\mathbf{F}_1\cdot\mathbf{n}_1 dS + \int_{S_2}\mathbf{F}_2\cdot\mathbf{n}_2 dS + \int_{S_3}\mathbf{F}_3\cdot\mathbf{n}_3 dS + \int_{S_4}\mathbf{F}_4\cdot\mathbf{n}_4 dS$$

$$= \mathbf{F}_1\cdot\mathbf{n}_1 S_1 + \mathbf{F}_2\cdot\mathbf{n}_2 S_2 + \mathbf{F}_3\cdot\mathbf{n}_3 S_3 + \mathbf{F}_4\cdot\mathbf{n}_4 S_4$$

同様に，表面 S_1～S_4 において，$\mathbf{F}\cdot\mathbf{n}$ が一定として近似

連続の式の場合：

$$Q = \rho, \quad \mathbf{F} = (E, F) = (\rho u, \rho v) = \rho(u, v) = \rho\mathbf{v}$$

非圧縮性流れの支配方程式の特徴

- Navier–Stokes方程式は，移流方程式（双曲型）と拡散方程式（放物型）の両方を含んだ移流拡散方程式に近い形

Navier-Stokes方程式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\Delta \mathbf{v} + \mathbf{K}$$

$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = 0}$$

（非線形）移流方程式

$$\boxed{\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = 0}$$

$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{Re}\Delta \mathbf{v}}$$

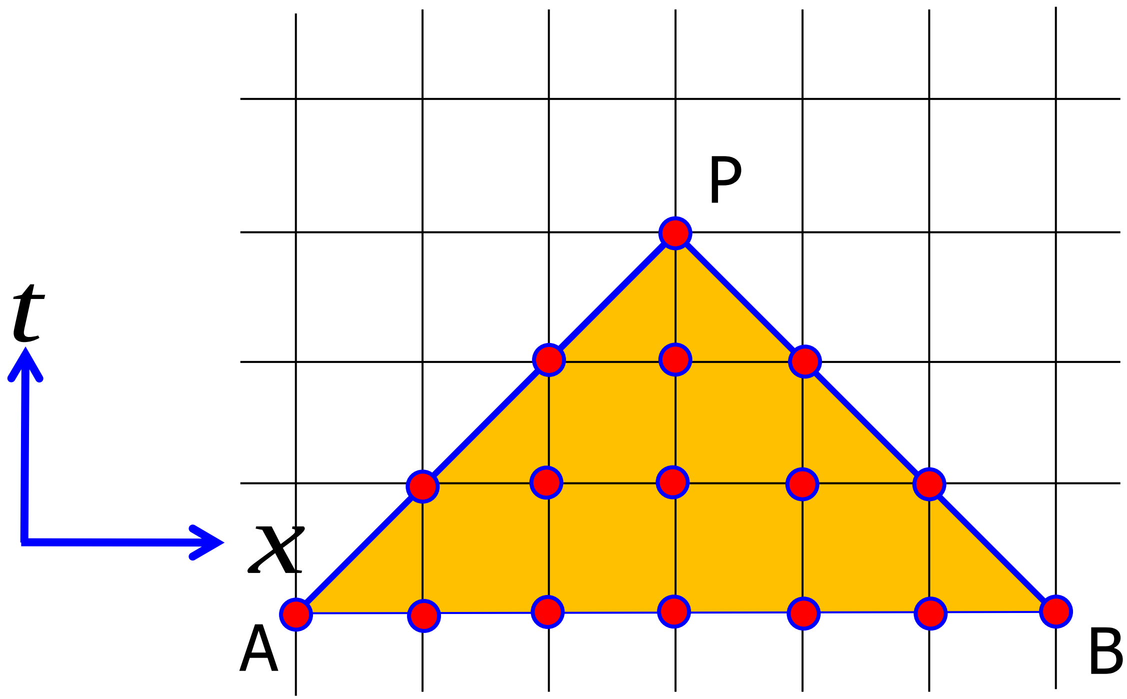
拡散方程式

差分格子（計算格子）では…
～陽解法～

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=\frac{u_{i+1}^n-2u_i^n+u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

$$\boxed{u_i^{n+1}=F\left(u_{i+1}^n,u_i^n,u_{i-1}^n\right)}$$

添字nでのuの値が既知なら，
n+1の値がすぐに求まる



影響領域

- ある点での値は1つ前のステップにおける近隣の値の影響しか取り込んでいない

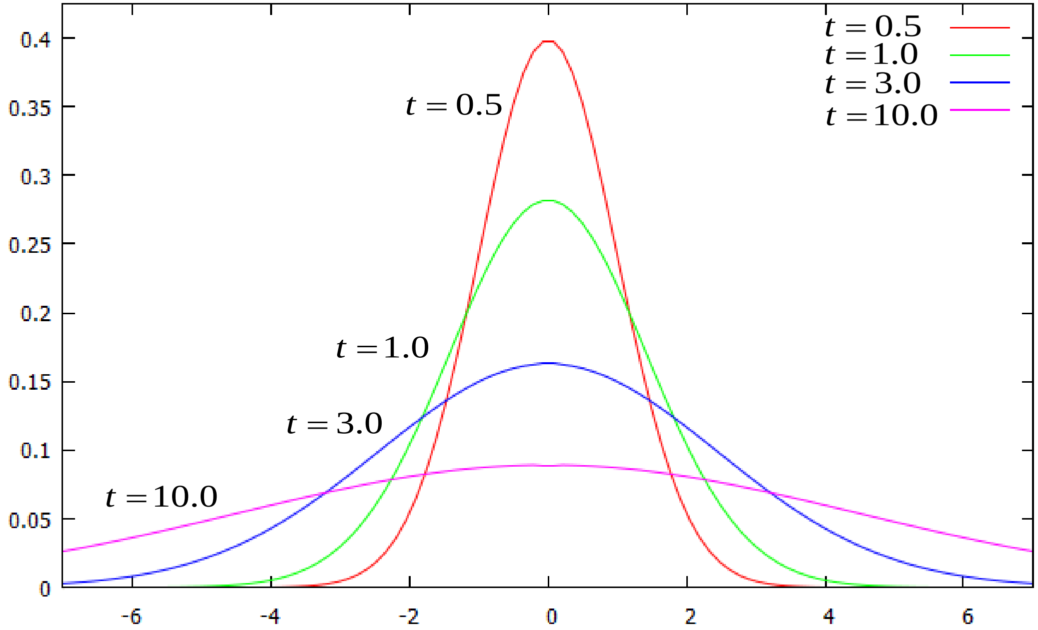
有限の影響領域の影響のみ

物理現象との対応

μ ：平均（期待値）

σ^2 ：分散

- 正規分布の一般形 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$



$$u(x,t)=\frac{1}{\sqrt{4\pi t}}e^{\frac{-x^2}{4t}}$$

では，

$$\mu=0$$

$$\sigma^2=2t$$

$$\boxed{\int_{x=-\infty}^{x=\infty} f(x)dx=1}$$

- t が大きいほど分散が大きい
- $|x|$ が大きいほど値は小さい

非圧縮性と圧縮性

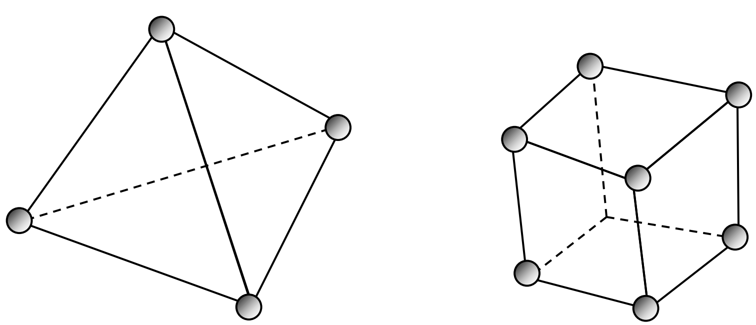
- 剛体と連続体
  - 自動車列と列車
  - 渋滞の発生
- 剛体では影響は瞬時に全域に伝わる
  - 長い剛体の棒の一端を押すと，押した分だけ直ちにもう一端が移動
- 教室での音とカミナリの音
  - 空間スケールによる圧縮性効果の顕在化

非圧縮流れの仮定と影響領域，圧力の取扱い

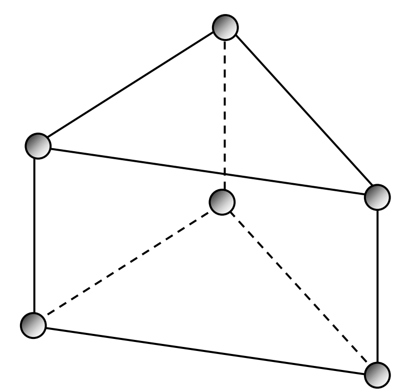
- 非圧縮とは，本来は「流体が（まったく）縮まない」こと
- 圧縮性流れでは，圧力は「音速」で伝播
- 非圧縮性流れは，圧力が「無限大の速度」で伝播すると近似していい場合と考えられる
  - 流速が音速に比べて十分小さいならば，音速を無限大の速度と近似することが可能
- 上の仮定が許される場合に「非圧縮性流れ」とみなして計算可能
- 影響領域が無限なので，圧力は必ず陰的に扱う必要

非構造格子 ～セル形状の自由度～

- 非構造格子を用いる場合には、使用する要素の形状の選択には自由度がある
  - 3次元解析では四面体セル，六面体セル
- 四面体セルを用いた場合，境界層近くの領域でのセル数を抑えるために，物体の境界層内部の領域にプリズムセル（三角柱など）を用いて外部の四面体セルに接続させることも



四面体セルと六面体セル



プリズムセル