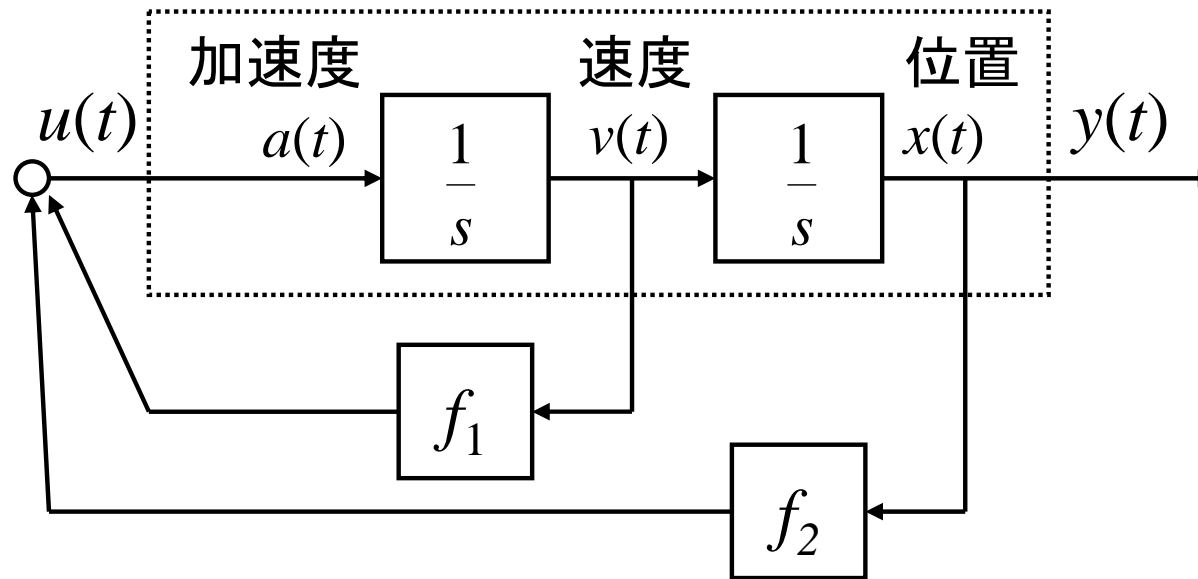


- システムの表現
- システムの構造
- 制御系設計
 - 状態フィードバック制御
 - 最適状態フィードバック制御
 - オブザーバ
 - サーボ系の設計

制御対象



■ 現代制御の考え方

- 時間領域での設計法
(状態方程式にもとづく設計法)
- 制御対象の状態(速度, 位置)を知り, それらをフィードバックするという考え方
→ 状態フィードバック制御
- “最適性”の考え
→ 最適制御

状態空間実現

見本

状態空間実現

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{状態方程式})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{出力方程式})$$

ただし $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times p}$, $C \in \mathcal{R}^{q \times n}$, $D \in \mathcal{R}^{q \times p}$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_q(t) \end{bmatrix}$$

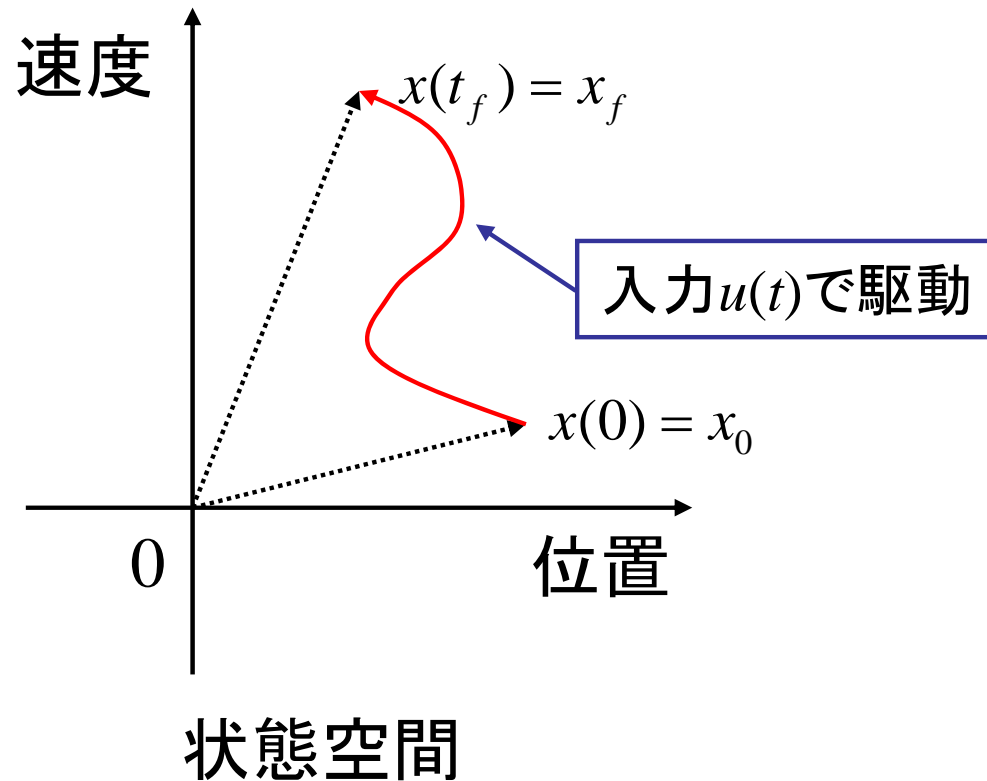
$u(t)$ 制御入力

$y(t)$ 出力

$x(t)$ 状態変数

状態方程式と出力方程式でシステムを表現すること
→ 状態空間実現とよぶ

可制御とは

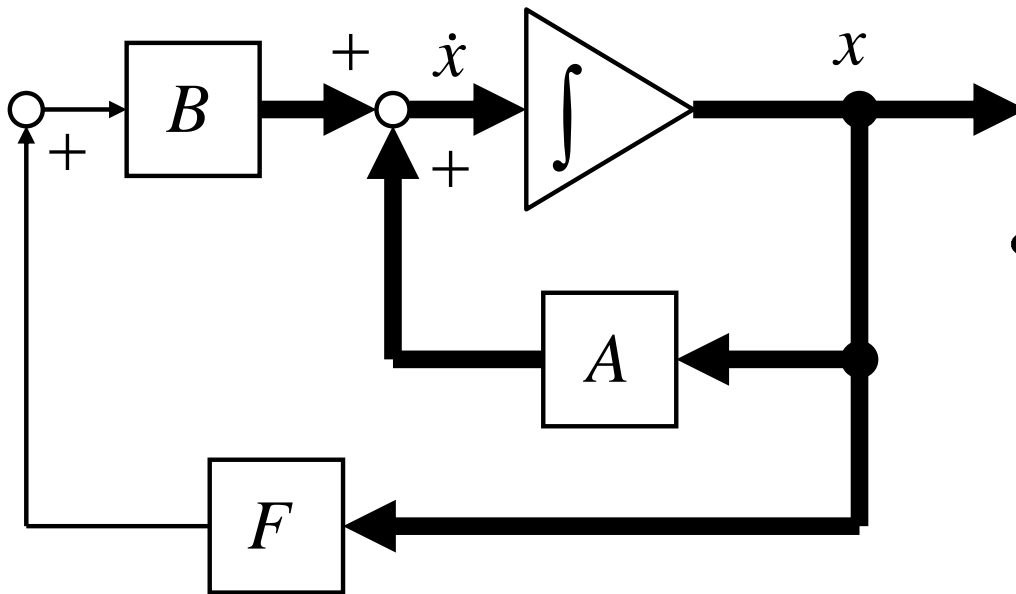


状態変数

$$x(t) = \begin{bmatrix} p(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

有限の時間内に
任意の初期状態 \rightarrow 任意の終端状態
とする入力は常に存在するか？

状態フィードバック制御系 見本



- 閉ループ系

$$\dot{x}(t) = (A + BF)x(t)$$

- $\dot{x}(t) = (A + BF)x(t)$ の解

$$x(t) = e^{A_F t} x(0), \quad A_F = A + BF$$

併合系と分離定理 見本

- \hat{x} による状態フィードバック制御

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \quad u = F\hat{x} \\ &= Ax + BF\hat{x} = Ax + BF(e + x) \\ &= (A + BF)x + BFe\end{aligned}$$

これと、 $\dot{e} = (A + LC)e$ をあわせて次の拡大システムが構成できる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BF & BF \\ 0 & A + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

ここで、ブロック三角行列の固有値の性質から

$$\text{eig} \begin{bmatrix} A + BF & BF \\ 0 & A + LC \end{bmatrix} = \underbrace{\text{eig}(A + BF)}_{\text{状態フィードバック極}} \cap \underbrace{\text{eig}(A + LC)}_{\text{オブザーバ極}}$$

→ 分離定理

設計例 (バネマスダンパ系) 見本

- 伝達関数

$$P(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

- 状態方程式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m/k & -m/c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ただし, y は変位 [m], u は力 [N], x_1 は変位 [m], x_2 は速度 [m/s]

- パラメータ

質量 $m = 10$ kg, バネ定数 $k = 0.1$ N/m, 粘性係数 $c = 0.3$ Ns/m

